BULETINUL UNIVERSITĂȚII DIN BRAȘOV

SERIA A

- Mecanică aplicată
- Electrotehnică și electronică
- Construcția de mașini și tehnologia prelucrării metalelor

VOL. XXV - 1983

SUMAR
SUMMARY
INHALTSVERZEICHNIS
SOMMAIRE

Pag.

THE VIBRATIONS OF THE STEPPED CIRCULAR PLATES

Dr.eng. Grigore Gogu, Lecteur, University of Braşov;
Dr.eng. Mircea Gh.Munteanu, Lecteur, University of Braşov.

1. Introduction

The circular plates,with uniform or variable thickness, are much used in the machine building: turbine disks,clutches disks, circular saws,grinding disks. The vibration study of those plates can be made by analytical methods - accurate methods - or numerical methods - approximate methods -[1]. The equation of vibration,for the uniform thickness plates with the inner boundary built-in and the outer one free,was analytically solved by R.V.Southwell [2] using the Bessel functions. C.D.Mote [3] solved the equation of vibration with the same boundary conditions for continously variable thickness plates,using the Rayleigh-Ritz method. S.Takahashi [4],[5] dealt with the vibration of circular plates with the inner boundary built-in and having a rigid ring or weights around the outer boundary.

It is not presented,in the technical literature,a general method,applicable to the circular plates having variable thickness in u (u=1,2,3,...) steps. In this way, this paper deals with the calculation of the natural frequencies for the eigenmodes with nodal circles and nodal diameters, using the Rayleigh-Ritz method and an original calculation method, based on a specialized semi-analytical finit element. It is considered the general case of a stepped circular plate having u steps,the inner boundary built-in and the outer one free.

2. The determination of the natural frequencies by the Rayleigh-Ritz method

In the case of a stepped circular plate,having u steps with thicknesses $h_1,h_2,\dots,h_i,\dots,h_u$,the equation of vibration,in polar coordinates,for a fraction of plate having the constant thickness h_i,included between two concentric circles with radii r_{i-1} and r_i (fig.1) can be written as follows [2]:

$$(\nabla^2-1)(\nabla^2+1)\,w_i=0 \qquad (1)$$

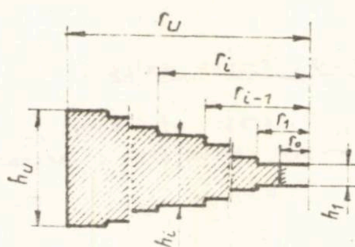


Fig.1

where:

$$\nabla^2=\frac{\partial^2}{\partial \rho_i^2}+\frac{1}{\rho_i}\frac{\partial}{\partial \rho_i}+\frac{1}{\rho_i^2}\frac{\partial}{\partial \theta^2} \quad (2)$$

is the Laplacian operator, w_i-the bending displacement of the plate on a transversal direction, θ-the polar angle, $\rho_i=\lambda_i r/r_i$ -the nondimensional radius, r being any point radius, r_i-the outer radius of the fraction of plate, $\lambda_i^4=\gamma_i h_i \omega_{q,l} r_i^4/gD_i$ is a nondimensional coefficient, γ_i being the specific weigh, $\omega_{q,l}$-the circular frequency for the eigenmode with q nodal diameters and l nodal circles, g-the gravity acceleration, $D_i=E_i h_i^3/12(1-\mu_i^2)$-the bending modulus of rigidity, E_i being the longitudinal modulus of elasticity and μ_i-the Poisson ratio.

In the general case, the solution of the equation (1) can be written as follows:

$$\begin{aligned} w_i &= M_{oi} J_{oi}(\rho_i)+N_{oi} Y_{oi}(\rho_i)+P_{oi} I_{oi}(\rho_i)+Q_{oi} K_{oi}(\rho_i)+ \\ &+\sum_{n=1}^{\infty}\left[M_{ni} J_{ni}(\rho_i)+N_{ni} Y_{ni}(\rho_i)+P_{ni} I_{ni}(\rho_i)+Q_{ni} K_{ni}(\rho_i)\right]\cos n\theta+ \quad (3) \\ &+\sum_{n=1}^{\infty}\left[M'_{ni} J_{ni}(\rho_i)+N'_{ni} Y_{ni}(\rho_i)+P'_{ni} I_{ni}(\rho_i)+Q'_{ni} K_{ni}(\rho_i)\right]\sin n\theta, \end{aligned}$$

in wich: $M_{oi}, N_{oi}, P_{oi}, Q_{oi}, M_{ni}, N_{ni}, P_{ni}, Q_{ni}, M'_{ni}, N'_{ni}, P'_{ni}, Q'_{ni}$ are integration constants; $J_{oi}(\rho_i), Y_{oi}(\rho_i)$ and $J_{ni}(\rho_i), Y_{ni}(\rho_i)$ are the Bessel functions of the first and the second kinds, of zero order and n order respectively, and $I_{oi}(\rho_i), K_{oi}(\rho_i)$ and $I_{ni}(\rho_i), K_{ni}(\rho_i)$ are the modified Bessel functions of the first and the second kinds of zero order and n order respectively, and they are as follows, [6]:

$$J_{ni}(\rho_i)=\sum_{m=0}^{\infty}\frac{(-1)^m(\rho_i/2)^{n+2m}}{m!\,(n+m)!}, \quad Y_{ni}(\rho_i)=\lim_{\nu\to n}\frac{J_\nu(\rho_i)\cos\nu\pi-J_{-\nu}(\rho_i)}{\sin\nu\pi},$$
$$I_{ni}(\rho_i)=\sum_{m=0}^{\infty}\frac{(\rho_i/2)^{n+2m}}{m!(n+m)!}, \quad K_{ni}(\rho_i)=\lim_{\nu\to n}\frac{(-1)^n[I_{-\nu}(\rho_i)-I_\nu(\rho_i)]}{2(\nu-n)}. \quad (4)$$

The determination of the integration constants is made from the condition to minimizing the Lagrangian for the entire plate, from the boundary and continuity conditions.

For the fraction of plate having the constant thickness h_i, the Lagrangian, in a period of vibration, becomes as follows [7]:

$$L_{pi} = \frac{D_i}{2}\left(\frac{\lambda_i}{r_i}\right)^2 \int_{-\pi}^{\pi}\int_{\lambda_i'}^{\lambda_i}\Big\{w_i^2(\rho_i,\theta) - \left(\frac{\partial^2 w_i}{\partial\rho_i^2} + \frac{1}{\rho_i}\frac{\partial w_i}{\partial\rho_i} + \frac{1}{\rho^2}\frac{\partial^2 w_i}{\partial\theta^2}\right)^2 + \tag{5}$$

$$+2(1-\mu_i)\frac{\partial^2 w_i}{\partial\rho_i^2}\left(\frac{1}{\rho_i}\frac{\partial w_i}{\partial\rho_i} + \frac{1}{\rho_i^2}\frac{\partial^2 w_i}{\partial\theta^2}\right) - 2(1-\mu_i)\left[\frac{\partial}{\partial\rho_i}\left(\frac{1}{\rho_i}\frac{\partial w_i}{\partial\theta}\right)\right]^2\Big\}\rho_i d\rho_i d\theta,$$

where $\lambda_i' = \lambda_i r_{i-1}/r_i$.

Substituting the Eq.(3) into the Eq.(5) and solving we obtain the following expresion for the Lagrangian:

$$L_{pi} = 2\pi D_i\left(\frac{\lambda_i}{r_i}\right)^2 \cdot \rho_i\left[M_{oi}P_{oi}A_{oi}(\rho_i) + M_{oi}Q_{oi}B_{oi}(\rho_i) + N_{oi}P_{oi}C_{oi}(\rho_i) + N_{oi}Q_{oi}D_{oi}(\rho_i)\right]\Bigg|_{\rho_i=\lambda_i'}^{\rho_i=\lambda_i}$$

$$+\pi D_i\left(\frac{\lambda_i}{r_i}\right)^2(1-\mu_i)\left|M_{oi}\frac{dJ_{oi}(\rho_i)}{d\rho_i} + N_{oi}\frac{dY_{oi}(\rho_i)}{d\rho_i} + P_{oi}\frac{dI_{oi}(\rho_i)}{d\rho_i} + Q_{oi}\frac{dK_{oi}(\rho_i)}{d\rho_i}\right]^2\Bigg|_{\rho_i=\lambda_i'}^{\rho_i=\lambda_i}$$

$$+\pi D_i\left(\frac{\lambda_i}{r_i}\right)^2\sum_{n=1}^{\infty}\rho_i\Big[(M_{ni}P_{ni}+M_{ni}'P_{ni}')A_{ni}(\rho_i) + (M_{ni}Q_{ni}+M_{ni}'Q_{ni}')B_{ni}(\rho_i) +$$

$$+(N_{ni}P_{ni}+N_{ni}'P_{ni}')C_{ni}(\rho_i) + (N_{ni}Q_{ni}+N_{ni}'Q_{ni}')D_{ni}(\rho_i)\Big]\Bigg|_{\rho_i=\lambda_i'}^{\rho_i=\lambda_i}$$

$$+\pi D_i\left(\frac{\lambda_i}{r_i}\right)\frac{1-\mu_i}{2}\sum_{n=1}^{\infty}\Big\{\frac{n^2}{\rho_i^2}\left[M_{ni}J_{ni}(\rho_i) + N_{ni}Y_{ni}(\rho_i) + P_{ni}I_{ni}(\rho_i) + Q_{ni}K_{ni}(\rho_i)\right]^2 +$$

$$+\frac{n^2}{\rho_i^2}\left[M_{ni}'J_{ni}(\rho_i) + N_{ni}'Y_{ni}(\rho_i) + P_{ni}'I_{ni}(\rho_i) + Q_{ni}'K_{ni}(\rho_i)\right]^2 -$$

$$-\frac{2n^2}{\rho_i}\left[M_{ni}J_{ni}(\rho_i) + N_{ni}Y_{ni}(\rho_i) + P_{ni}I_{ni}(\rho_i) + Q_{ni}K_{ni}(\rho_i)\right]\left[M_{ni}\frac{dJ_{ni}(\rho_i)}{d\rho_i} + N_{ni}\frac{dY_{ni}(\rho_i)}{d\rho_i} + P_{ni}\frac{dI_{ni}(\rho_i)}{d\rho_i} + Q_{ni}\frac{dK_{ni}(\rho_i)}{d\rho_i}\right] -$$

$$-\frac{2n^2}{\rho_i}\left[M_{ni}'J_{ni}(\rho_i) + N_{ni}'Y_{ni}(\rho_i) + P_{ni}'I_{ni}(\rho_i) + Q_{ni}'K_{ni}(\rho_i)\right]\left[M_{ni}'\frac{dJ_{ni}(\rho_i)}{d\rho_i} + N_{ni}'\frac{dY_{ni}(\rho_i)}{d\rho_i} + P_{ni}'\frac{dI_{ni}(\rho_i)}{d\rho_i} + Q_{ni}'\frac{dK_{ni}(\rho_i)}{d\rho_i}\right] +$$

$$+\left[M_{ni}\frac{dJ_{ni}(\rho_i)}{d\rho_i} + N_{ni}\frac{dY_{ni}(\rho_i)}{d\rho_i} + P_{ni}\frac{dI_{ni}(\rho_i)}{d\rho_i} + Q_{ni}\frac{dK_{ni}(\rho_i)}{d\rho_i}\right]^2 +$$

$$+\left[M_{ni}'\frac{dJ_{ni}(\rho_i)}{d\rho_i} + N_{ni}'\frac{dY_{ni}(\rho_i)}{d\rho_i} + P_{ni}'\frac{dI_{ni}(\rho_i)}{d\rho_i} + Q_{ni}'\frac{dK_{ni}(\rho_i)}{d\rho_i}\right]^2\Big\}\Bigg|_{\rho_i=\lambda_i'}^{\rho_i=\lambda_i}, \tag{6}$$

where the following relations were used:

$$A_{ni}(\rho_i) = J_{ni}(\rho_i)\frac{dI_{ni}(\rho_i)}{d\rho_i} - \frac{dJ_{ni}(\rho_i)}{d\rho_i}I_{ni}(\rho_i);\ B_{ni}(\rho_i) = J_{ni}(\rho_i)\frac{dK_{ni}(\rho_i)}{d\rho_i} - \frac{dJ_{ni}(\rho_i)}{d\rho_i}K_{ni}(\rho_i),$$

$$C_{ni}(\rho_i) = Y_{ni}(\rho_i)\frac{dI_{ni}(\rho_i)}{d\rho_i} - \frac{dY_{ni}(\rho_i)}{d\rho_i}I_{ni}(\rho_i),\ D_{ni}(\rho_i) = Y_{ni}(\rho_i)\frac{dK_{ni}(\rho_i)}{d\rho_i} - \frac{dY_{ni}(\rho_i)}{d\rho_i}K_{ni}(\rho_i), \tag{7}$$

$$E_{ni}(\rho_i) = I_{ni}(\rho_i)\frac{dK_{ni}(\rho_i)}{d\rho_i} - \frac{dI_{ni}(\rho_i)}{d\rho_i}K_{ni}(\rho_i) = -\frac{1}{\rho_i},\ F_{ni}(\rho_i) = J_{ni}(\rho_i)\frac{dY_{ni}(\rho_i)}{d\rho_i} - \frac{dJ_{ni}(\rho_i)}{d\rho_i}Y_{ni}(\rho_i) = \frac{2}{\pi\rho_i}$$

and the Wronskian relations were taken in consideration:

$$\begin{aligned}
&-J_{ni}(\rho_i)E_{ni}(\rho_i) + I_{ni}(\rho_i)B_{ni}(\rho_i) - K_{ni}(\rho_i)A_{ni}(\rho_i) = 0,\\
&Y_{ni}(\rho_i)E_{ni}(\rho_i) - I_{ni}(\rho_i)D_{ni}(\rho_i) + K_{ni}(\rho_i)C_{ni}(\rho_i) = 0,\\
&-J_{ni}(\rho_i)C_{ni}(\rho_i) + Y_{ni}(\rho_i)A_{ni}(\rho_i) - I_{ni}(\rho_i)F_{ni}(\rho_i) = 0,\\
&J_{ni}(\rho_i)D_{ni}(\rho_i) - Y_{ni}(\rho_i)B_{ni}(\rho_i) + K_{ni}(\rho_i)F_{ni}(\rho_i) = 0,\\
&-\frac{dJ_{ni}(\rho_i)}{d\rho_i}E_{ni}(\rho_i) + \frac{dI_{ni}(\rho_i)}{d\rho_i}B_{ni}(\rho_i) - \frac{dK_{ni}(\rho_i)}{d\rho_i}A_{ni}(\rho_i) = 0,\\
&-\frac{dY_{ni}(\rho_i)}{d\rho_i}E_{ni}(\rho_i) - \frac{dI_{ni}(\rho_i)}{d\rho_i}D_{ni}(\rho_i) + \frac{dK_{ni}(\rho_i)}{d\rho_i}C_{ni}(\rho_i) = 0,
\end{aligned} \tag{8}$$

$$-\frac{dJ_{ni}(\rho_i)}{d\rho_i}C_{ni}(\rho_i)+\frac{dY_{ni}(\rho_i)}{d\rho_i}A_{ni}(\rho_i)-\frac{dI_{ni}(\rho_i)}{d\rho_i}F_{ni}(\rho_i)=0,$$

$$\frac{dJ_{ni}(\rho_i)}{d\rho_i}D_{ni}(\rho_i)-\frac{dY_{ni}(\rho_i)}{d\rho_i}B_{ni}(\rho_i)+\frac{dK_{ni}(\rho_i)}{d\rho_i}F_{ni}(\rho_i)=0,$$

$$A_{ni}(\rho_i)D_{ni}(\rho_i)-B_{ni}(\rho_i)C_{ni}(\rho_i)-E_{ni}(\rho_i)F_{ni}(\rho_i)=0.$$

For the circular plates having the inner boundary built-in and the outer one free the following boundary conditions hold:

$$w_1\Big|_{\rho_1=\lambda_1'}=0\;;\quad \frac{\partial w_1}{\partial \rho_1}\Big|_{\rho_1=\lambda_1'}=0. \tag{9}$$

At the boundary where the inner and the outer disks are connected, the slopes and the displacements of both disks are equal each other, and we obtain the following conditions of continuity:

$$w_{i-1}\Big|_{\rho_{i-1}=\lambda_{i-1}}=w_i\Big|_{\rho_i=\lambda_i},\quad \frac{\partial w_{i-1}}{\partial \rho_{i-1}}\Big|_{\rho_{i-1}=\lambda_{i-1}'}=\eta_{i-1,i}\frac{\partial w_i}{\partial \rho_i}\Big|_{\rho_i=\lambda_i}, \tag{10}$$

where $\eta_{i-1,i}=\frac{\lambda_i/\lambda_{i-1}}{r_i/r_{i-1}}$.

From the condition of minimizing the Lagrangian for the entire plate, we obtain:

$$\frac{\partial\left(\sum_{i=1}^{u}L_{pi}\right)}{\partial M_{ni}}=0,\quad \frac{\partial\left(\sum_{i=1}^{u}L_{pi}\right)}{\partial M_{ni}}=0,\quad \frac{\partial\left(\sum_{i=1}^{u}L_{pi}\right)}{\partial P_{ni}}=0,\quad \frac{\partial\left(\sum_{i=1}^{u}L_{pi}\right)}{\partial Q_{ni}}=0, \tag{11}$$

where i=1,2,...,u and n=o,1,2,... .

3. The determination of the natural frequencies by the finit elements methods

It is known that the determination of the natural frequencies ω_{ql} can be made by solving the eigenvalues problem, [8]:

$$([K]-\omega_{ql}^2[M]\{w\}=0, \tag{12}$$

where: $[K]$ is the elastic rigidity matrix, $[M]$ -mass matrix, $\{w\}$ -the nodal displacement vector for the entire disk. The matrices $[K]$ and $[M]$ are obtained by assembling the matrices according to the elements, using the classic procedure [8], knowing that for one element we can write:

$$[k]=\int_{Ae}[B]^T[D][B]\,dA, \tag{13}$$

$$[m]=\int_{me}(N)^T(N)\,dm, \tag{14}$$

where: $[k]$ and $[m]$ are the elastic rigidity matrix and mass matrix respectively, according to one element, A_e and m_e are the surface and the mass of the element, $[B]$-the matrix which ties the curvature and tortion vector with the nodal displacements of a finit element, (N)-the row matrix of the interpolation function, $[D]$-the

Hooke's law matrix.

For solving the eigenvalues problems in the case of a circular plate it is sufficient to study a circular sector included between two consecutive nodal diameters, as can be seen in the figure 2,a; the nodal diameters being axis of antisymmetry,the sides according to those diameters are considered articulated. It is considering too, that on the circumference of a circle having any point radius r,the displacement w have a sinusoidal variation. So, was elaborated a finite one-dimensional element,[9],having the constant thickness h_i and two nodes j and i ($r_{i-1} < r_j < r_i$),every node introducing two degree of freedom, the displacement on the z axis and the rotation in the zr plane, positive in the sense of rotation of r axis upon z, on the shortest way (fig.2,b). The displacement w inside an element was considered as follows:

$$w = (c_1 + c_2 r + c_3 r^2 + c_4 r^3)\cos q\theta \tag{15}$$

the angle θ varying between $-\alpha'$ and α' (fig.2,a) where $\alpha' = \pi/2q$.
Consequently, the expresion of the matrix [B] result as follows:

$$[B] = [B_1][A]^{-1} \tag{16}$$

where

$$[B_1] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -2\cos q\theta & -6r\cos q\theta \\ \frac{q^2}{r^2}\cos q\theta & \frac{q^2-1}{r}\cos q\theta & (q^2-2)\cos q\theta & (q^2-3)r\cos q\theta \\ -\frac{q}{r^2}\sin q\theta & 0 & q\sin q\theta & 2qr\sin q\theta \end{bmatrix}; [A] = \begin{bmatrix} 1 & r_j & r_j^2 & r_j^3 \\ 0 & 1 & 2r_j & 3r_j^2 \\ 1 & r_i & r_i^2 & r_i^3 \\ 0 & 1 & 2r_i & 3r_i^2 \end{bmatrix}$$

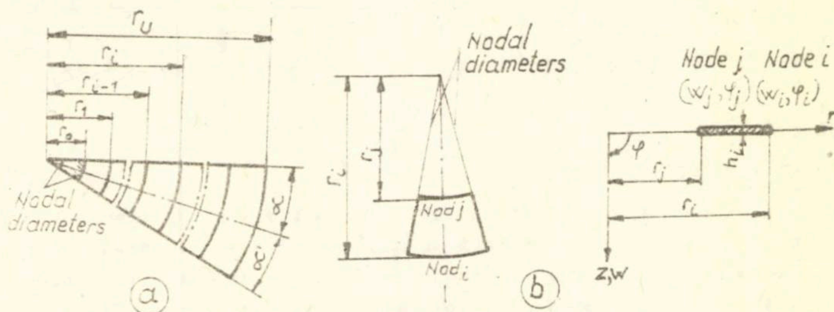


Fig. 2

To solve this problem the authors wrote the computing program VIB-MEF-GVT, in FORTRAN computing language on the FELIX c-256 computer. The integrations included in Eq.(13) and (14) were numerically computed, using the Gauss method [6], and the eigenvalues by the Sturm sequences method [1o].

Without losing the generality of the problem, for exemplification was considered a stepped circular plate having two steps, for w ich were calculated, by the VIB-MEF-GVT program, the natural frequencies for the modes with zero and one nodal circles and o,1,2,...,9 nodal diameters. In the figure 4 was represented the relation between the nondimensional coefficient λ_2 and the thickness ratio (h_2/h_1), for a circular stepped plated with r_o/r_2=o,4 and r_1/r_2=o,8 , taking in consideration the modes with l=o nodal circles and q=o,1,2,3,...,9 nodal diameters (fig.4,a) and l=1 nodal circle and q=o,1,2,...,9 nodal diameters (fig.4,b).

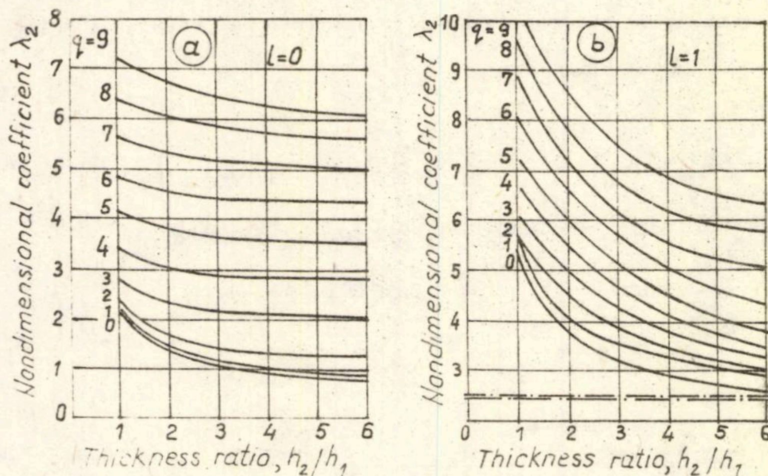


Fig. 3

4. Conclusions

The calculus of the nodal frequencies for the stepped circular plates by the Rayleigh-Ritz method demand a great amount of computations, as it was seen in the chapter 2. To simplify the calculus the authors have elaborated an original computing method using a specialized semi-analytical finite element, presented in the chapter 3. For this method was elaborated a computer program. The program

allows the computation of the natural frequencies for the variable thickness circular plates, having maximum 2o steps, coresponding to the eigenmodes with nodal diameters and nodal circles.

References

[1] GOGU,GR.,MUNTEANU,M.,IULIAN,L. Metode de calcul al frecvenţelor proprii pentru plăcile circulare încastrate la centru (Computation methods of the natural frequencies of the circular plates clamped at centre). In: Lucrările Simpozionului "PRASIC", Braşov, 1982, vol.II,P. 3o1-3o8.

[2] SOUTHWELL,R.V. On the Free Transverse Vibrations of a Uniform Circular Disc Clamped at its Centre; and on the Effects of Rotations. In: Proceedings of Royal Society of London, Series A, 1o1, 1922, p.133-153.

[3] MOTE,C.D.Jr. Free Vibration of Initially Stressed Circular Disks. In: Transactions of ASME, vol.87, Series B, 2,1965.

[4] TAKAHASHI,S. The Vibration of a Circular Plate with a Rigid Ring. In: Bulletin of JSME, vol.1o, nr. 39, 1967, p.463-471.

[5] TAKAHASHI,S. The Vibration of a Circular Plate with Weights or a Bar on Its Outer Boundary. In: Bulletin of JSME, vol.1o, nr.4o, 1967, p.626-623.

[6] ANGOT,A. Complemente de matematici (Complements of mathematics) Ed.tehnică, Bucureşti, 1965.

[7] ZIENKIEWICZ,O. The Finite Element Method in Engineering Science, Mc.Grow Hill, London, 1971.

[8] TIMOSHENKO,S.P. Teoria plăcilor plane şi curbe (Theory of Plates and Shells) Ed.tehnică, Bucureşti,1968.

[9] GOGU,GR. Contribuţii la optimizarea tăierii lemnului cu pînze circulare (Contributions to the optimizing of cutting wood by circular saws). Teză de doctorat (Doctorate Thesis), Universitatea din Braşov, 1983.

[1o] GUPTA,K.K. Solution of Eigenvalue Problems by Sturm Sequence Method. In: International Journal of Numerical Methods in Engineering, vol.4, 1972, p.379-4o4.

GOGU,GR.,MUNTEANU,M.

VIBRATIILE PLACILOR CIRCULARE DE GROSIME VARIABILA IN TREPTE

Rezumat

In lucrare se prezintă două metode de calcul al frecvenţelor proprii pentru modurile cu cercuri şi diametre nodale, aplicabile plăcilor circulare de grosime variabilă în u trepte (u=1,2,...). Prima, metoda Rayleigh-Ritz, conducînd la un volum mare de calcule este mai dificil de aplicat.A doua este o metodă originală, avînd la bază metoda elementelor finite, utilizînd un element finit specializat semianalitic.

LES VIBRATIONS DES PLAQUES CIRCULAIRES AVEC L'EPAISEUR VARIABLE A GRADINS

Résumé

L'oeuvre présente deux méthodes de calcul des fréquences propres pour les modes avec des cercles et des diamètres nodals applicable aux plaques circulaires avec l'épaiseur variable à u (u=1,2,3,...) gradins. La première, la méthode Rayleigh-Ritz, en conduisant à un grand volume de calcul est plus difficile d'appliquer. La deuxième est une méthode originale, compté sur la méthode des éléments finis, en utilisant un élément fini spécialisé semi-analytique.

ON EIGENVALUES PROBLEMS IN THE STUDY OF THE PLATES

Eng.Gh.N.Radu, Lecturer, University of Braşov ;
Dr.eng.M.Gh.Munteanu, Lecturer, University of Braşov ;
Dr.eng.Gr.Gogu, Lecturer, University of Braşov .

Practicaly we often have to study the bending of the plates (static or dynamic) in the presence of membran stresses. For a plate with constant thickness we obtain the well known formula :

$$D\Delta^2 w + \mathcal{G}(w) + \rho h \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = p \quad , \qquad (1)$$

where :

w - the normal displacement ;

p - normal force distributed on the plate, being a function of position and time ;

ρ - the density of the material ;

$D = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)}$ - bending modulus of rigidity.

By E and ν were noted the longitudinal modulus of elasticity and Poisson coefficient and by h the thickness of the plate. The operator $\mathcal{G}$, in polar coordinates is :

$$\mathcal{G}(w) = -h\left[\sigma_r \frac{\partial^2 w}{\partial r^2} + \sigma_\theta\left(\frac{\partial w}{r\partial r} + \frac{\partial^2 w}{r^2\partial\theta^2}\right) + 2\tau_{r\theta}\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{1}{r}\frac{\partial w}{\partial\theta}\right) - R\frac{\partial w}{\partial r} - \Theta\frac{\partial w}{r\partial\theta}\right], \qquad (2)$$

where, σ_r, σ_θ and $\tau_{r\theta}$ are the membran stresses, and R, Θ are massic forces on the unit of volume, acting in the plate plane. If the membran stresses do not depend on the normal load on the plate, then equation (1) is liniar by w .

By the finit element method the partial differential equation (1) is replaced by liniar set of equations :

$$\left([K] + [K_G]\right)\{u\} + [M]\{\ddot{u}\} = \{P\} \quad , \qquad (3)$$

where :

$[K]$ is the elastic rigidity matrix ;

$[K_G]$ is the geometric rigidity matrix ;

$[M]$ is mass matrix ;

$\{u\}$, $\{\ddot{u}\}$ are the nodal displacement vector and the nodal acceleration vector ;

$\{P\}$ is the nodal load vector.

It is known that the solution of the problem (3) can be easier found, by decaing the displacement $\{u\}$ in the eigenvectors space. We shall not insist on this problem.

Two eigenvalue problems can be formulated, first being

$$\left([K] + \lambda\ [K_G]\right)\{u\} = 0\ , \qquad (4)$$

which gives us the critical value of the membran stresses at which the buckling occurs and the plate configuration after which the buckling is done. The eigenvalues and eigenvectors of the problem (4) will be noted with λ_i and $\{V_i\}$, λ being a likeness coefficient corresponding with stresses for which the problem (4) was resolved and for which λ is considered like being 1.

The second eigenvalues problem is

$$\left([K] - \omega^2\ [M]\right)\{u\} = 0 \qquad (5)$$

and its solution allows us to find the natural frequencies and vibration eigenmodes. The eigenvalues and eigenvectors of the problem (5) will be noted by ω_i^2 and respectively by $\{W_i\}$.

It is necessary to determine the natural frequencies and the eigenmodes for a plate in the presence of membran stresses, i.e., to find the solution of the eigenvalues problem :

$$\left([K] + \lambda\ [K_G] - \omega^2 [M]\right)\{u\} = 0 \qquad (6)$$

starting from the solutions of the problems (4) and (5). The eigenvalues and the eigenvectors of the problem (6) will be noted by Ω^2 and $\{S_i\}$. The vectors $\{S_i\}$ are decaied after the vectors $\{V_i\}$ (considering that the eigenvalues are distinct)

$$\{S_i\} = \sum_j b_i^j \{V_j\}\ ,$$

where the coefficients b_i^j are for the moment unknown. Replacing in (6) we obtain :

$$[K] \sum_j \left(1 - \frac{\lambda}{\lambda_j}\right) b_i^j \{V_j\} - \Omega_i^2 [M] \sum_j b_i^j \{V_j\} \qquad (7)$$

The expresion (7) is amplified at left successively with $\{V_k\}^T$, $k = 1 \ldots N$, N being the number of nodal unknowns, i.e. the number of the eigenvalue and the eigenvectors. Considerring the ortogonality properties of the eigenvectors we obtain :

$$\{V_k\}^T [K] \{V_k\} \left(1 - \frac{\lambda}{\lambda_k}\right) b_i^k = \Omega_i^2 \{V_k\}^T [M] \sum_j b_i^j \{V_j\}\ ,\ k = 1 \ldots N\ , \qquad (8)$$

which represents a set of equations in unknowns b_i^j, $j = 2 \ldots N$, and Ω_i^2, with $b_i^1 = 1$. N sets of equations can be wroten for

every eigenvector $\{S_i\}$. As results from equation (8), if the membran stresses get the critical value (only the smalltest critical value, be that λ_K) then from the K^{th} equation results $\Omega_i^2 = 0$, because the vectors $\{V_i\}$ are not $[M]$ ortogonal and the matrix $[M]$ is positively defined. So the sum from the second member cannot be zero. So, generally the natural frequencies diminish and approach to zero as the membran stresses increase and approach to critical value.

In practice we often meet circular plates in which develop axial-symmetric fields of membran stresses. These can arise from the centrifugal force, due to a non-uniform distribution of the temperature on radius, due to a pretension, and so on. In this case a separation of variables can be done if the displacement is decaied in trigonometric series :

$$w(r,\theta) = w_0(r) + \sum_{n=1}^{\infty} w_n(r)\cos n\theta \quad (9)$$

So the sets of equations (8) are discupled, the unknowns of every set which is obtained refer to eigenmodes with the same number of nodal diameters. The nodal lines are nodal circle and nodal diameters indifferent if it is loss of stability or natural vibrations. In practice we are more interested in eigenmodes with no nodal circle, because in this case we obtain smaller critical stresses and natural frequencies. It was observed that the eigenvectors with no nodal circle, for a certain number of nodal diameters, are very few different, as it can be write :

$$\{V_i\} \cong \{W_i\} \cong \{S_i\} .$$

In this case the set (8) is reduced to a single equation which gives us :

$$\Omega_i^2 = \frac{\{V_i\}^T [K] \{V_i\}}{\{V_i\}^T [M] \{V_i\}} \left(1 - \frac{\lambda}{\lambda_i}\right) = \omega_i^2 \left(1 - \frac{\lambda}{\lambda_i}\right) ,$$

i.e.

$$\Omega_i = \omega_i \sqrt{1 - \frac{\lambda}{\lambda_i}} \quad , \quad (10)$$

a parabolic connection betwen Ω_i and λ . This result is in a very good concordance with theoretical results and with experimental values. For exemple in the fig.1 is presented the case of a circular saw for wood cutting. In fact it is an annular plate clamped on the inner circumference. The diagrams in fig.1 show the dependance between natural frequencies with three nodal diameters

(q = 3), no nodal circle (the most dangerous case for this circular saw) and membran stresses caused by non-uniform temperatures,

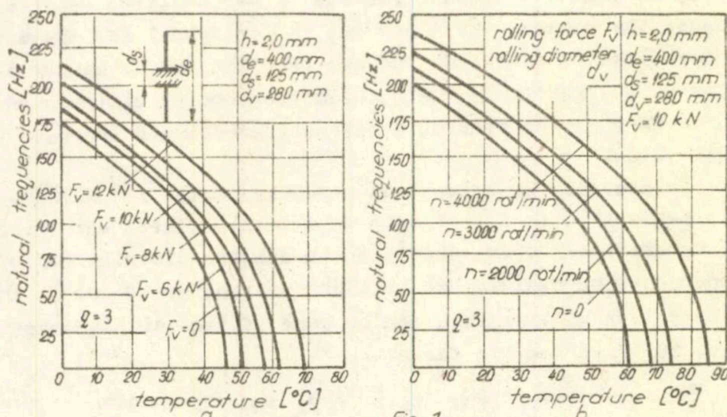


Fig 1

centrifugal force and stresses after the rolling. The curves were traced with value theoretically calculated by finit element method and checked experimentally. It can be easyly check that equation (10) describes with a very good precision the curves. For example the curve traced for a speed of rotation n = 0, in the figure 1b is in correspondance with the equation (ω_i = 200 Hz, $\Delta t_i = 62^{o}C$) :

$$\Omega_i = 200\sqrt{1 - \frac{\Delta t}{62}} .$$

An analogue problem is the determination of the critical stresses for los of stability in the presence of two or more fields of membran stresses, when the critical value for every field of stresses is known. In this case the eigenvalue problem is :

$$\left([K] + \lambda \sum_n [K_{Gn}] \right) \{u\} = 0 , \tag{11}$$

when are known the eigenvalues and the eigenvectors for the problems

$$\left([K] + \lambda [K_{Gn}] \right) \{u\} = 0 . \tag{12}$$

For the circular plates, applying the previous theory, for modes with no nodal circle the buckling appears when is fulfilled the condition :

$$\sum \frac{\lambda^n}{\lambda_i^n} = 1 , \tag{13}$$

where : $-\lambda^n$ is the amount of the $n^{\underline{th}}$ field of stresses corres-

ponding to the value for which the problem (12) was resolved ;

- λ_i^n is the eigenvalue corresponding to the i mode.

It is observed the liniar dependence. In the figure 2 is shown the influence of the rolling force on the critical buckling temperatures (the external circumference is warmer). The diagram is traced with values precisely calculated, but is evident that the dependence is liniar, i.e. corresponding to equation :

$$\frac{\Delta t}{\Delta t_{cr}} + \frac{F_v}{F_{vcr}} = 1 .$$

In this case it was considered a mode with three nodal diameters, too.

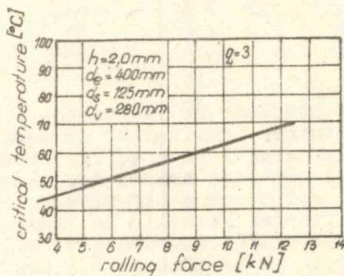


Fig.2

At least, joining the two results from the present paper, the equation (10) can be generalized :

$$\Omega_i = \omega_i \sqrt{1 - \sum \frac{\lambda^n}{\lambda_i^n}} . \qquad (14)$$

The obtained results in the present work are outstanding useful because they allow to obtain rapidely new values (natural frequencies, critical stresses) with short and easy calculi without the computer.

Bibliography

[1] MUNTEANU,M., GOGU,GR., RADU,GH. Contributions to the study of the rigidity, elastic stability and vibrations of circular plates. In „Studies and researches of applied mechanics", No.6, Tome 12, 1983, p.568-592.

[2] GOGU,GR., MUNTEANU,M., RADU,GH. Study of influence of membran stresses on the critical speed of rotation of the circular saw. In „Works of PRASIC Symposium", Braşov, 1982, p.310-315.

[3] GOGU,GR., MUNTEANU,M., RADU,GH., IULIAN,L. Elastic stability of circular discs under a non-uniform temperature field. In „WORKS of PRASIC Symposium", Braşov, 1982, p.323-328.

[4] GOGU,GR., MUNTEANU,M., CIMPIANU,R., IULIAN,L., LÖX,A. Theoretical and experimental determination of critical speed of rotation for circular saw. In Bulletin of the scientific session „New technologies and equipments in wood procesing", Braşov, 1982.

[5] GOGU,GR., Contributions to the optimizing of cutting wood with circular saws, Doctor'degree thesis, University of Braşov,1983.

RADU,GH., MUNTEANU,M., GOGU,GR.

ASPECTE ALE PROBLEMELOR DE VALORI PROPRII PRIVIND CALCULUL PLACILOR PLANE

Rezumat

In lucrare se studiază două probleme de valori proprii legate de calculul plăcilor : determinarea tensiunilor de membrană de pierdere a stabilităţii şi determinarea frecvenţelor proprii. Se studiază influenţa tensiunilor de membrană asupra frecvenţelor proprii şi de asemenea influenţa reciprocă a diferitelor cîmpuri de tensiuni de membrană care acţionează simultan în placă. Rezultatele teoretice obţinute în lucrare sînt comparate cu cele obţinute prin metoda elementelor finite şi verificate experimental, remarcîndu-se o foarte bună concordanţă.

GESICHTSPUNKTE DER PROBLEME VON EIGENWERTEN BEIM BERECHNEN DER EBENEN PLATTEN

Zusammenfassung

In der Arbeit werden zwei Probleme von Eigenwerten beim Berechnen der Platten behandelt : die Bestimmung der Membranspannungen beim Verlieren der Stabilität und die Bestimmung der Eigenfrequenzen. Es wird der Einfluss der Membranspannungen auf die Eigenfrequenzen untersucht und ebenfalls der gegenseitige Einfluss von verschiedenen Membranspannungsfeldern welche gleichzeitig auf die Platte wirken.

Die erhaltenen theoretischen Ergebnisse aus der Arbeit sind mit der Methode der finiten Elemente verglichen und experimentell untersucht, wo eine sehr gute Übereinstimmung festgestellt wird.

PROBLEME DES SPECTRES DES BARRES ET DES PLAQUES. Note I.

ANALYSE SPECTRALE DES BARRES DROITES

par

Dr.Ing.Ciprian Bolog, Lecteur à l'Institut des Mines de Petrosani;

Prof.Dr.Ing.Ilie N.Constantinescu, Institut des Mines de Petroşani;

Aurora Crăciunas, Lecteur à l'Institut Polytechnique de Iaşi;

Prof.Dr.Ing.Ioan Deutsch, Université de Brasov;

Sorin Ionescu, Professeur de Mathématiques, Tecuci;

Dr.Ing.Gh.Momanu, Lecteur à l'Université de Galati.

1. Résultats préliminaires

Les auteurs, tout en soulignant quelques-uns des résultats partiels acquis dans le domaine de la Mécanique des vibrations des barres et des plaques. dont, par ex.[4] a à la base une méthode d'investigation qui en conduira certainement à la solution de tout un nombre de problèmes importants d'ingéniérie[2] et [3], dû aux deux premiers auteurs, tout en tenant compte du fait que le problème des vibrations dissipatives longitudinales ou torsionales, de même que celui des vibrations dissipatives transversales des barres droites est résolu, dès que existe la possibilité de résolution de l'équation classique des valeurs propres

$$Hu = \lambda u \qquad (1)$$

prennent le point de départ des expressions de l'opérateur

$$H=-\frac{1}{\rho A}\frac{d}{dx}\left(A\frac{d}{dx}\right) \quad (2) \quad \text{et} \quad H=\frac{1}{\rho A}\frac{d^2}{dx^2}\left(I_z\frac{d^2}{dx^2}\right),\ 0\leq x\leq 1, \quad (3)$$

qui correspondent, respectivement, aux vibrations longitudinales (ou torsionales) et transversales.

L'opérateur (2) est défini dans l'espace de Hilbert des fonctions $u(x)$ de classe C^2, qui satisfont les conditions

$$\begin{aligned} &u(x_1)=0, \text{pour } x=x_1, \text{qui en est une extremité fixe, et} \\ &u'(x_1)=0, \text{pour } x=x_1, \text{qui en est une extremité libre,} \end{aligned} \qquad (4)$$

où x_1 prend les valeurs 0 ou bien 1, tandis que l'opérateur (3) est défini dans l'espace de Hilbert des fonctions

$u(x)$, qui satisfont les conditions:

$u'''(x_1)=u''(x_1)=0$, pour $x=x_1$ qui en est extremité libre

$u''(x_1)=u(x_1)=0$, pour $x=x_1$ - extremité articulée. (5)

$u'(x_1)=u(x_1)=0$, pour $x=x_1$ - extremité incastrée,

où x_1 prend les valeurs 0 ou bien 1 .

Dans ce qui suit on montrera la manière de détermination des bornes inférieure et supérieure des autovaleurs des opérateurs (2) et (3), dans le bût d'améliorer les erreurs du calcul approximatif des autovaleurs et des autofonctions des opérateurs H considérés.

On désignera par X l'un des espaces de Hilbert antérieurs, où le produit scalaire est

$$\langle u,v\rangle=\int_0^1 g(x)u(x)v(x)dx \tag{6}$$

et où encore $g(x)$ est une fonction positive ,et en particulier une constante positive.

On suppose que le problème d'autovaleurs et d'autofonctions

$$H^*u=\lambda u \tag{7}$$

où H^* est l'opérateur $-\frac{d^2}{dx^2}$ ou bien $\frac{d^4}{dx^4}$ est résolu.

On montrera la manière de trouver une borne inférieure des valeurs propres de l'opérateur

$$H_1=\frac{1}{f(x)}H^* \tag{8}$$

où $f(x)$ est une fonction positive et non constante.

Si on introduit le nouveau produit scalaire

$$[u,v]=\int_0^1 f(x)g(x)u(x)v(x)dx \tag{9}$$

on en déduit

$$[H_1u,v]=[u,H_1v], \tag{10}$$

$$[H_1u,u]=\int_0^1 fg\left(\frac{1}{f}H^*u\right)u\,dx=\int_0^1 g(H^*u)u\,dx\geqslant 0\ ,\ \forall u. \tag{11}$$

Par suite, l'opérateur H_1 est positif et autoadjoint.

On peut écrire aussi

$$\lambda_k=\min\frac{[u,H_1u]}{[u,u]}=\min\frac{\langle u,H^*u\rangle}{\langle u,fu\rangle}\ ;\ [u,u_i]=0\ (i=\overline{1,k-1})\ . \tag{12}$$

Soit (13)

$$M=\max\{f(x);0\leq x\leq 1\}.$$

On observe sans difficulté que les autovaleurs de l'opérateur

$H_2=\frac{1}{M}H^*$ (14)

sont inférieures ou égales aux autovaleurs correspondantes de H_1 .En effet, on a l'inégalité

$$\frac{\langle u,H_2u\rangle}{\langle u,u\rangle}\leqslant\frac{[u,H_1u]}{[u,u]} \quad \text{ou bien} \quad \frac{\langle u,H^*u\rangle}{M\langle u,u\rangle}\leqslant\frac{\langle u,H^*u\rangle}{\langle u,fu\rangle}, \quad (15)$$

que l'on peut écrire encore sous la forme

$$M\int_0^1 gu^2dx\geqslant\int_0^1 fgu^2dx, \quad (16)$$

dont l'évidence en résulte à la suite de la définition (13).

On considère maintenant un problème que l'on peut appeler intermédiaire entre le problème de l'opérateur H_2 et celui de H_1 , à savoir:

$Hu=\lambda Mu$ (17) et $Hu=\lambda fu$. (18)

Ce problème s'écrit:

$$Hu=\lambda\left(\alpha u-\langle u,u_n\rangle u_n\left\langle\frac{u_n}{\alpha-f},u_n\right\rangle^{-1}\right), \quad (19)$$

où α est une constante et λ_i et u_i sont les autovaleurs et,respectivement,les autofonctions de l'opérateur H^*.

L'intermédiarité résulte des inégalités

$$\frac{\langle H^*u,u\rangle}{\alpha\langle u,u\rangle}\leqslant\frac{\langle H^*u,u\rangle}{\alpha\langle u,u\rangle-\langle u,u_n\rangle^2\left\langle\frac{u_n}{\alpha-f},u_n\right\rangle^{-1}}\leqslant\frac{\langle H^*u,u\rangle}{\alpha\langle u,u\rangle-\langle(\alpha-f)u,u\rangle}, \quad (20)$$

ou bien

$$\alpha\langle u,u\rangle\geqslant\alpha\langle u,u\rangle-\langle u,u_n\rangle^2\left\langle\frac{u_n}{\alpha-f},u_n\right\rangle^{-1}\geqslant\alpha\langle u,u\rangle-\langle(\alpha-f)u,u\rangle. \quad (21)$$

La première des dernières rélations est évidente.En ce que concerne la seconde,on peut l'écrire

$$\langle u,u_n\rangle^2\left\langle\frac{u_n}{\alpha-f},u_n\right\rangle^{-1}\leqslant\langle(\alpha-f)u,u\rangle. \quad (22)$$

On en a aussi l'inégalité qui en a à la base celle de Schwartz

$$\left(\int_0^1 g\frac{\sqrt{\alpha-f}\,uu_n}{\sqrt{\alpha-g}}dx\right)^2\leqslant\int_0^1 g(\alpha-f)u^2dx\int_0^1 g\frac{u_n}{\alpha-f}dx, \quad (23)$$

d'où il en résulte

$$\langle u,u_n\rangle\leqslant\langle(\alpha-f)u,u\rangle\left\langle\frac{u_n}{\alpha-f},u_n\right\rangle \quad (24)$$

et d'où encore on obtient les relations (20).

Considérons maintenant le problème (19).Pour $u\neq u_n$,on obtient

$H^*u=\lambda\alpha u$. (25)

Donc,pour $i\neq n$,

$$\underline{\lambda_i} = \frac{\lambda_i}{\alpha}\ ,\ \underline{U_i} = U_i\ , \tag{26}$$

où λ_i et U_i sont les autovaleurs et,respectivement,les autofonctions de H^* .Si,enfin,la suite (U_i) est normalisée, on a,pour $U=U_n$,

$$H^* U_n = \lambda\left(\alpha - \left\langle \frac{U_n}{\alpha - f}, U_n\right\rangle^{-1}\right) U_n . \tag{27}$$

Par suite il en résulte pour $i=n$

$$\underline{\lambda_n} = \frac{\lambda_n}{N(\alpha)} \tag{28}$$

où l'on a mis

$$N(\alpha) = \alpha - \left\langle \frac{U_n}{\alpha - f}, U_n\right\rangle^{-1} . \tag{29}$$

On en déduit à l'aide des relations (26) et (28) les problèmes (19) et (7) ont les mêmes autofonctions et autovaleurs

$$\lambda_i = \left\{ \frac{\lambda_i}{\alpha}\ ,\ i \neq n\ ;\ \frac{\lambda_n}{N(\alpha)}\ ,\ i = n . \right. \tag{30}$$

En ce que regarde la fonction $N(\alpha)$,sa dérivée est

$$N'(\alpha) = 1 + \frac{d}{dx}\left\langle \frac{U_n}{\alpha - f}, U_n\right\rangle \left\langle \frac{U_n}{\alpha - f}, U_n\right\rangle^{-2} , \tag{31}$$

qui,d'après quelques calcules, s'écrit

$$N'(\alpha) = 1 - \int_0^1 g \frac{U_n^2}{(\alpha - f)^2} dx \left(\int_0^1 g \frac{U_n^2}{\alpha - f} dx \right)^{-2} , \tag{32}$$

d'où il en résulte sans difficulté que $N'(\alpha) \leq 0$ et donc la fonction $N(\alpha)$ est décroissante.

Si on revient maintenant aux relations (28),on observe que la fonction $\underline{\lambda_n}(\alpha)$ est croissante ,tandis que la fonction $\underline{\lambda_{n+1}}(\alpha) = \lambda_{n+1}\alpha^{-1}$ est décroissante.Le choix optime correspond au cas où l'on a

$$\underline{\lambda_n} = \underline{\lambda_{n+1}} \tag{33}$$

et α_0 est la solution de l'équation

$$\frac{\lambda_n}{N(\alpha)} = \frac{\lambda_{n+1}}{\alpha}\ , \tag{34}$$

qui s'écrit encore comme suit:

$$\int_0^1 \alpha g(x) \frac{U_n^2(x)}{\alpha - f(x)} dx = \frac{\lambda_{n+1}}{\lambda_{n+1} - \lambda_n} . \tag{35}$$

Mais,si l'on a

$$\frac{\lambda_{n+1}}{M} \leq \frac{\lambda_n}{N(M)}\ , \tag{36}$$

alors il n'y a aucune valeur de α qui satisfasse à la relation (34),à cause du caractère des fonctions $\underline{\lambda_n}$ et $\underline{\lambda_{n+1}}$.

En ce cas, le choix optime de α est $\alpha = M$. On en conclut que la borne inférieure $\underline{\lambda_n}$ des autovaleurs de H_1 est

$$\underline{\lambda_n} = \lambda_{n+1}/M \,, \quad \text{pour} \quad \lambda_{n+1}/M \leq \lambda_n / N(M)$$

et (37)

$$\underline{\lambda_n} = \lambda_{n+1}/\alpha_0 \,, \quad \text{pour} \quad \lambda_{n+1}/M > \lambda_n / N(M), \; n=1,2,\ldots$$

En utilisant la méthode Rayleigh-Ritz, on peut déterminer une borne supérieure des autovaleurs de H_1 et aussi des valeurs approximatives pour les autofonctions respectives.

2. Vibrations longitudinales et torsionales

On étudie ici le problème (1), où l'opérateur H est donné par (2). Pour déterminer une borne inférieure pour les autovaleurs de H, on utilisera la méthode de la première projection. Cette méthode a pour le point de départ la décomposition de H dans une somme de forme

$$H = H^{(0)} + H' , \tag{38}$$

où les autovaleurs et les autofonctions de $H^{(0)}$ sont connues et l'opérateur H' doit être positif et autoadjoint.

Soit

$$H_1 = -\frac{d^2}{dx^2} - \frac{A'}{A}\frac{d}{dx} , \tag{39}$$

défini dans le même espace que H. On a montré dans [2], tout en tenant compte des résultats dorénavant classiques que l'on trouve par ex. dans : [1], [3] et [4], qu'il y a pour H_1 la décomposition

$$H_1 = H_1^{(0)} + H' , \tag{40}$$

où l'on a

$$H_1^{(0)} = -\frac{d^2}{dx^2} - \frac{A'}{A}\frac{d}{dx} + \left[\frac{1}{2A}\left(\frac{A'^2}{2} - A''\right) + \beta\right] I , \quad H_1' = \left[\beta - \frac{1}{2A}\left(\frac{A'^2}{2} - A''\right)\right] I . \tag{41}$$

On connaît des autovaleurs et des autofonctions pour $H_1^{(0)}$ et H' est positif et autoadjoint si l'on a

$$\beta \geq \max\left\{\frac{1}{2A}\left(\frac{A'^2}{2} - A''\right) ; \; 0 \leq x \leq 1\right\} . \tag{42}$$

Donc, selon les relations (2) et (39) on a

$$H = H^{(0)} + H' \quad (43) \qquad \text{où} \quad H^{(0)} = \frac{1}{\rho} H_1^{(0)} , \; H' = \frac{1}{\rho} H_1' . \quad (44)$$

On peut donc appliquer la méthode de la première projection à l'opérateur H, avec la décomposition (43) et poursuivre par la méthode Rayleigh-Ritz.

Dans le cas particulier des barres droites à section transversale constanteet à densité variable au long de la barre,

l'opérateur (2) devient

$$H=-\frac{1}{\rho}\frac{d^2}{dx^2}. \tag{45}$$

Puisqu'on connaît des autovaleurs et des autofonctions pour l'opérateur $H_1=-\frac{d^2}{dx^2}$,on peut déterminer des bornes supérieures et inférieures pour les autovaleurs de H et des autofonctions correspondantes.Ainsi le problème (1) est résolu.

Dans le cas des barres à $A=A(x)$, ρ = const.,au lieu de l'opérateur (2)on a

$$H=-\frac{1}{A}\frac{d}{dx}\left(A\frac{d}{dx}\right). \tag{46}$$

Les résultats antérieurs sont,évidemment,applicables. En outre,selon les résultats obtenus dans [2] ,on connait effectivement des autovaleurs et des autofonctions de $H^{(0)}$.

3.<u>Vibrations transversales</u>

On résolut le problème (1) pour l'opérateur (3) dans une manière approchée à celle adoptée au point précédent.

Soit l'opérateur

$$H_1=\frac{1}{A}\frac{d^2}{dx^2}\left(I_z\frac{d^2}{dx^2}\right) \tag{47}$$

Selon les résultats de [2] .cet opérateur admet la décomposition

$$H_1=H_1^{(0)}+H_1', \tag{48}$$

où l'on a

$$H_1^{(0)}=\frac{\alpha}{A}\frac{d^4}{dx^4}\,,\quad H_1'=\frac{1}{A}\frac{d^2}{dx^2}\left[(I_z-\alpha)\frac{d^2}{dx^2}\right],\quad \alpha=\text{const.} \tag{49}$$

Pour

$$\alpha\leq \min\{I_z(x);\ 0\leq x\leq 1\}, \tag{50}$$

l'opérateur H' est autoadjoint et positif.

On connait le spectre de l'opérateur

$$H_2=d^4/dx^4. \tag{51}$$

Pour déterminer des autovaleurs et des autofonctions de $H_1^{(0)}$ on utilise les résultats obtenus au point 1.

Selon les relations (3),(47) et (49) ,on a la décomposition

$$H=H^{(0)}+H' \tag{52}$$

où

$$H^{(0)}=\frac{1}{\rho}H_1^{(0)}\,,\quad H'=\frac{1}{\rho}H_1'. \tag{53}$$

On utilise de nouveau les résultats obtenus dans la pre-

mière partie du travail et on détermine des autovaleurs et des autofonctions pour $H^{(0)}$, en introduisant, bien sûr, de nouvelles erreurs.

On observe sans difficulté que l'opérateur H' est autoadjoint et positif. On peut donc utiliser la méthode de la première projection pour la décomposition (52) de H .

Dans le cas où $\rho=\rho(x)$, A = const, l'opérateur (3) est

$$H=\frac{I_z}{A}\frac{1}{\rho(x)}\frac{d^4}{dx^4}. \qquad (54)$$

On connaît des autovaleurs et des autofonctions pour

$$H_1=d^4/dx^4. \qquad (55)$$

A l'aide des résultats obtenus au point 1, on résout approximativement le problème du spectre de l'opérateur H .

Dans le cas où ρ = const , $A=A(x)$, l'opérateur (3) devient

$$H=\frac{1}{A}\frac{d^2}{dx^2}\left(I_z\frac{d^2}{dx^2}\right). \qquad (56)$$

On applique les résultats obtenus pour l'opérateur (55) .

Puisqu'on connaît des autovaleurs et des autofonctions de l'opérateur H_1 , l'introduction d'un nouveau opérateur, comme dans le cas général, n'est plus nécessaire et donc on obtient des résultats plus précis.

Remarque. On peut résoudre approximativement dans cette manière tous les problèmes spectrales étudiés dans les travaux antérieurs, tout en améliorant systématiquement les erreurs.

On cherchera dans l'un de nos prochains travaux de nouvelles méthodes dans l'étude des problèmes du type (8), dans l'hypothèse qu'on a résolu le problème spectrale pour l'opérateur H^* . En ce que regarde les problèmes spectrales pour des systèmes de barres et des plaques, on prendra le poit de départ de [4] tant que de tout un nombre de problèmes que l'on trouve abordés et parfois résolus dans ce dernier temps, tels, par ex., [5], [6], [7].

BIBLIOGRAFIE

[1] BUZDUGAN, Gh., FETCU, L., RADEŞ, M. Vibraţiile sistemelor mecanice. Ed. Academiei R.S.R., Bucureşti, 1975.

[2] CONSTANTINESCU, I., BOLOG, C., CRACIUNAŞ, P. Asupra vibraţiilor barelor drepte cu secţiune transversală variabilă pe lungime. Lucrările celei de a IV-a sesiuni de comunicări ştiinţifice "Creaţia tehnică şi fiabilitatea în construcţia de maşini", I.P. Iaşi, 15-16 apr. 1983, 152-157.

[3] DEUTSCH,I.,GOIA,I.,CURTU,I.,NEAMTU,T.,SPERCHEZ,F. Probleme de Rezistenţa materialelor.Ed.Did.Ped.,Bucureşti,1983.

[4] MANGERON,D. The problem of triangular plane spectra.Revue Roumaine Méc.Appl.,Acad.R.S.R.,9,4,1964,835-842.

[5] MOON,F.C.,SHAW,S.W. Chaotic vibrations of a beam with non-linear boundary conditions.Int.J.Non-Linear Mech., 18,6,1983,465-477.

[6] PAVLOVIC,M., WYLIE,G.B. Vibrations of beams on non-homogeneous elastic foundations.Earthquake Eng.and Struct. Dyn.,11,6,1983,797-808.

[7] POTIRON,A.,GAY,D. On a finite element formulation of dynamical torsion of beams including warping inertia and shear deformation due nonuniform warping.Trans.ASME:J. Vibr.,Acoust.,Stress,and Reliab.Des.,105,4,1983,476-483.

BOLOG,C.,CONSTANTINESCU,I.N.,CRACIUNAŞ,A.,DEUTSCH,I.,
IONESCU, S., MOMANU,Gh.

Problema spectrelor barelor şi plăcilor.
I.ANALIZA SPECTRALA A BARELOR DREPTE

REZUMAT

Autorii,subliniind cîteva rezultate parţiale din domeniul Mecanicii vibraţiilor barelor şi plăcilor,consideră în prima parte a lucrării o problemă auxiliară a teoriei spectrale în cazul operatorilor întîlniţi în modelarea matematică a vibraţiilor corpurilor deformabile.La punctul 2 se obţin rezultate asupra vibraţiilor longitudinale şi torsionale a barelor drepte,iar la punctul 3 se consideră aceleaşi probleme în cazul vibraţiilor transversale.Procedeele elaborate în lucrare permit rezolvarea cu aproximaţie a problemelor spectrale studiate în lucrări anterioare,îmbunătăţind erorile.

PROBLEME DES SPECTRES DES BARRES ET DES PLAQUES.
I.ANALYSE SPECTRALE DES BARRES DROITES

Résumé

Les auteurs,tout en soulignant quelques-uns des résultats partiels acquis dans le domaine de la Mécanique des vibrations des barres et des plaques,considèrent dans la première partie du travail un problème auxiliaire de la théorie spectrale concernant le cas des opérateurs rencontrés dans la modélation mathématique des vibrations des solides déformables .Au point 2 on obtient des résultats sur les vibrations longitudinales et torsionales des barres droites et au point 3 sur celles transversales. A la fin,on indique quelques extensions possibles.

ANALYSIS OF FORCES FROM THE BI-TRIPOD MECHANISM USED IN CARS

Dr.eng.Dorin Diaconescu,Lecturer,University of Braşov;
Eng.Olimpiu Munteanu, Assistent professor,University of Braşov;
Dr.eng.Ioan Vişa,Lecturer,University of Braşov;
Eng.Nicolae Souca,Lecturer,University of Braşov.

1. Introduction

Increasing utilization of the front motive bridge in cars needs composition of some homokinetic mechanisms (universal joints [1]), that may permit transmission of power from the differential driving gear to the driving wheels.

Among them, mechanisms with tripod joints know more and more fields of activity in the last ten-year period,it being a solution adapted by a great number of building firms in Europe.

Kinematic geometry and tripod mechanism forces are studied in [1]...[6] ,and kinematic geometry of tripod jointed mechanism in [1],[6].

Using the results from [1][4][5][6],in this paper the forces from the bi-tripod mechanism are analyzed, establishing useful relations in projecting those transmissions,in the car features.

Notations and Methods

In this paper the following notations are use:

y_1 - axis of imput shaft,

$y_2 \equiv y_2'$ - axis of tapered surface generated by the intermmediary element,

y_3- axis of output shaft,

$x_1 \equiv x_2$ - axis perpendicular on the plane (y_1, y_2),

$x_2' \equiv x_3$ - axis perpendicular on the plane (y_1, y_3),

$B_i, C_i; i= 1,2,3$ - points of contact of the elements of the jirst tripod joint and of the second one,respectively,

α_1, α_2 - angle between axes y_1 and y_2 and axes y_2 and y_3 respectively,

θ - angle of lock between the motive and driving wheels ($\sphericalangle (y_3, y_1)$),

φ, φ'- angle of rotation of input shaft measured from axis x_1 ,

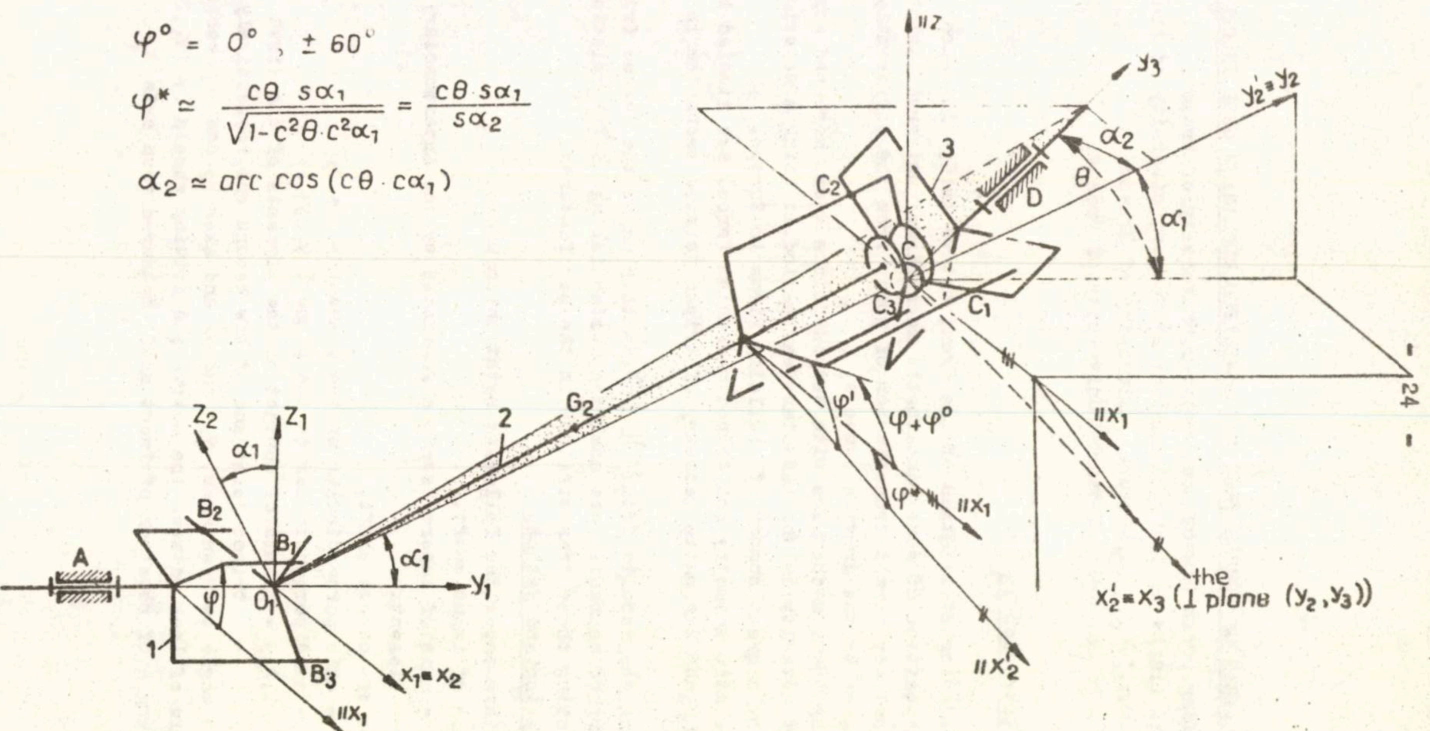

$\varphi^{o} = 0^{o} , \pm 60^{o}$
$\varphi^{*} \simeq \frac{c\theta\ s\alpha_1}{\sqrt{1-c^2\theta \cdot c^2\alpha_1}} = \frac{c\theta \cdot s\alpha_1}{s\alpha_2}$
$\alpha_2 \simeq arc\ cos\,(c\theta \cdot c\alpha_1)$
A
1
B_2
B_1
B_3
Z_2
Z_1
α_1
φ
O_1
y_1
$x_1 = x_2$
$\| x_1$
2
G_2
$\| z$
y_3
$y_2' = y_2$
3
C_2
C
C_3
C_1
D
θ
α_2
α_1
φ'
$\varphi + \varphi^{o}$
φ^{*}
$\| x_1$
$\| x_1$
$\| x_2'$
the
$x_2' = x_3$ ($\perp$ plane (y_2, y_3))

Fig.1

angle of rotation of the auxiliary shaft measured from axis X_2' respectively,

ω - radian-frequency of input shaft and output shaft respectively around the proper axis,

$$\phi = \varphi + (i-1)\frac{2\pi}{3} \; ; \; \phi' = \varphi' + (i-1)\frac{2\pi}{3} \; , \quad i = 1,2,3 \; ,$$

φ^{o} - angle of phase difference between the legs of the auxiliary shaft corresponding to the first tripod joint and the legs of the auxiliary shaft corresponding to the second tripod joint,

l - length of auxiliary shaft,

c - cosine,

s - sine,

r - radius of stepsarrangement Δ_{1i} and Δ_{2i}, i = 1,2,3 (fig.2 and 3),

M_t, M_r - torque moment of input shaft and output shaft respectively.

The following methods valuable in the conditions of using the bi-tripod mechanism in cars are adopted:

I. Simplifying Methods of Calculation

1. The tripod joint 1-2 (fig.1), adjoining to the differential mechanism has an angle $\alpha_{1\ max} = 18^{o}$; in this case point O_1 of the element 2 generates a curve that may be approximated by a circle with [5] radius:

$$\rho_{1max} = \frac{r}{2} \cdot \frac{1 - c\alpha_1}{c\alpha_1} = \frac{22}{2} \cdot \frac{1 - \cos 18^{o}}{\cos 18^{o}} = 0,56 \ mm .$$

Since radius $\rho_{1\ max}$ is small, it is considered that point O_1 axis of rotation and y_1 element 1.

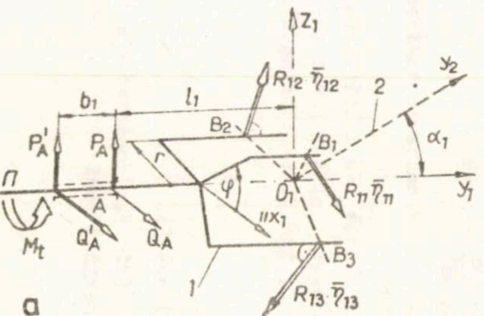
2. Since the steering knuckle pivot has a little influence over angle α_2 (fig.1), it is considered that the pivot axis is the vertical (Z_1), when $\theta = \theta_{max} = 43^{o}$, the pivot inclination modifies angle α_2 by less than 1^{o}.

In this method,

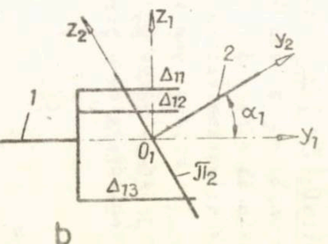
α_2 = arccosine (cos α_1 .cos θ), and

$\alpha_{2\ max}$ = arccos (cos 18^{o}. cos 43^{o}) = 46^{o}.

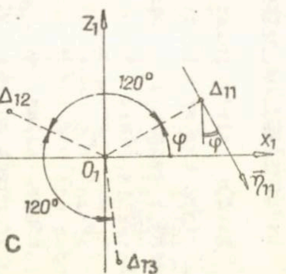
3. Since point O_2 of element 2 (fig.3,c) generates a trajectory inscribed in a circle with a maximum radius:



a
P'_A
P_A
b_1
l_1
Z_1
$R_{12} \cdot \bar{\eta}_{12}$
y_2
2
B_2
B_1
α_1
r
П
A
φ
O_1
$R_{11} \bar{\eta}_{11}$
y_1
M_t
Q'_A
Q_A
$\parallel x_1$
B_3
1
$R_{13} \cdot \bar{\eta}_{13}$

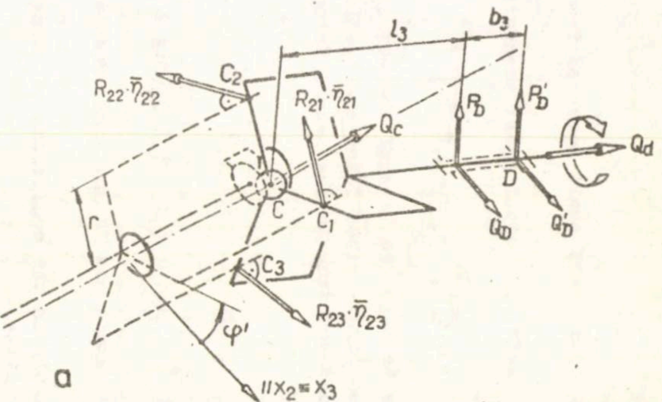


b
z_2
Z_1
y_2
2
Δ_{11}
Δ_{12}
α_1
1
y_1
O_1
Π_2
Δ_{13}

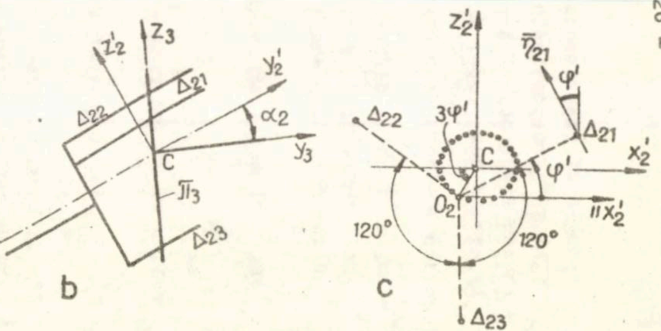


c
Z_1
120°
Δ_{12}
Δ_{11}
φ
x_1
O_1
$\bar{\eta}_{11}$
120°
Δ_{13}

Fig. 2



a
l_3
b_3
C_2
$R_{22} \cdot \bar{\eta}_{22}$
$R_{21} \cdot \bar{\eta}_{21}$
R_D
R'_D
Q_C
Q_d
D
r
C
C_1
Q_D
Q'_D
C_3
$R_{23} \cdot \bar{\eta}_{23}$
φ'
$\parallel x_2 \equiv x_3$



b
z'_2
Z_3
y'_2
Δ_{21}
Δ_{22}
α_2
C
y_3
Π_3
Δ_{23}
c
z'_2
$\bar{\eta}_{21}$
φ'
Δ_{22}
$3\varphi'$
Δ_{21}
C
x'_2
φ'
O_2
$\parallel x'_2$
120°
120°
Δ_{23}

Fig. 3

$$\rho_{2max}=\frac{\sqrt{3}}{3}\cdot r\,\frac{1-c\,\alpha_{2max}}{c\,\alpha_{2max}}=\frac{\sqrt{3}}{3}\cdot 22\cdot\frac{1-\cos 46^\circ}{\cos 46^\circ}=5{,}58\ mm\ ,$$

it is considered that element 2 generates a cone with veritex O_1. This cone has the halfangle in maximum apical.

$$\vartheta=\vartheta_{max}\simeq\frac{\rho_{2max}}{l}=\frac{5{,}58}{440}=1{,}268\cdot 10^{-2}\,rad=0{,}72^\circ .$$

4. The torsor of the force of inertia of element 2 is disregarded.

In the limiting value: $\alpha_1=\alpha_{1\,max}=18$ and $\alpha_2=\alpha_{2\,max}=46^\circ$, of the force of inertia of element 2 has (in point O_1) the following components (see Fig.1)[4]:

$$F_{i2}=m_2\cdot\rho_{G2}(3\omega)^2=m\left(\rho_{O2}\,\frac{O_1G_2}{l}\right)(3\omega)^2\simeq m_2\left(\rho_{2max}\cdot\frac{0{,}5l}{l}\right)\cdot(3\omega)^2=$$
$$=4{,}5\cdot m_2\cdot\rho_{2max}\cdot\omega^2=4{,}5\cdot 2\cdot(5{,}58\cdot 10^{-3})\cdot\omega^2=5{,}02\cdot 10^{-2}\cdot\omega^2$$

where m_2 is the mass of the auxiliary shaft, ρ_{G2} =distance from axis y_2 to the centre of mass of element 2, and ρ_{O2} =distance from point O_2 to axis y_2(fig.3,c) .

The maximum value of speed ω is established by avoiding the lateral sideslipping in the - curvature; considering the coeffi - cient of friction o,7, the car mass = 13oo kg, the tread B=1,3oo m, the car mass=13oo kg, the curvature radius (for θ =43), R_v=4,5 m, the wheel dynamic radius , r_d=o,33 m, it results:

$$0{,}7\cdot 1300=1300\cdot r_v\,\Omega_v^2\ \Rightarrow$$

the curvature - radian frequency

$$-\Omega_v=\sqrt{\frac{0{,}7}{r_v}}=\sqrt{\frac{0{,}7}{4{,}5}}=0{,}39\ \frac{rad}{s}$$

as a result,the exterior guiding wheel has the radian frequency:

$$\omega=\frac{\Omega_v(R_v+0{,}5\cdot B)}{r_d}=\frac{0{,}39\,(4{,}5+0{,}65)}{0{,}33}=6{,}08\ ,\ rad/s .$$

then,

$$F_{i2}=5{,}02\cdot 10^{-2}\cdot\omega^2=5{,}02\cdot 10^{-2}(6{,}08)^2=1{,}85\ N=0{,}185\ daN ,$$

$$M_{i2(O_1)}=3\cdot I_{x2}\cdot(3\cdot\omega)\cdot\omega\cdot\sin\vartheta=9\cdot\sin\vartheta\cdot I_{x2}\cdot\omega^2\simeq$$
$$\simeq 9\,\frac{\rho_{2max}}{l}\cdot I_{x2}\cdot\omega^2\sim 9\cdot\frac{5{,}58\cdot 10^{-3}}{4{,}4\cdot 10^{-1}}\cdot 0{,}25\,(6{,}08)^2=$$
$$=1{,}05\ N\cdot m=0{,}105\ daN\cdot m .$$

5. Since the half-angle at maximum apical, ϑ_{max}, of the cone generated by the element 2 is less than 1°, influence of this angle over the calculation is disregarded.

2. Adaptation of the Elements Binding Forces

2.1. The Reactions of Element 1 (fig.2,a,b and c).

Pair A

$$\begin{bmatrix} Q_A + Q_A' \\ 0 \\ P_A + P_A' \\ -P_A \cdot l_1 - P_A'(b_1 + l_1) \\ 0 \\ Q_A \cdot l_1 + Q_A'(b_1 + l_1) \end{bmatrix}_{O_1 x_1 y_1 z_1}$$

Pairs B_i

Coordinates of points B_i, i=1,2,3 in the trihedron $O_1 x_1 y_1 z_1$, are obtained crossing the lines Δ_{1i}, i = 1,2,3 (see fig.2,c) by the plane $\Pi_2 \equiv O_1 x_2 z_2$ (see Fig.2,b):

$$\Delta_{1i}: \begin{cases} x_1 = r c\phi ; \\ z_1 = r s\phi ; \end{cases} \quad \phi = \varphi + (i-1)\frac{2\pi}{3} \; ; \; i = 1,2,3 \; .$$

$$\Pi_2 : y_1 c\alpha_1 + z_1 \cdot s\alpha_1 = 0 \quad \Rightarrow \quad y_1 = -z_1 tg\, \alpha_1 \; ;$$

$$B_i = \Delta_{1i} \cap \Pi_2 \Rightarrow [\bar{r}_{B_i}] = \begin{bmatrix} r c\phi \\ -r \cdot s\phi \cdot tg\,\alpha_1 \\ r s\phi \end{bmatrix}_{O_1 x_1 y_1 z_1}$$

Reaction unit vectors, $\bar{\eta}_{1i}$, have the expressions (see Fig. 2,c):

$$[\bar{\eta}_{1i}] = \begin{bmatrix} s\phi \\ 0 \\ -c\phi \end{bmatrix}_{x_1 y_1 z_1} ; \; \phi = \varphi + (i-1)\frac{2\pi}{3} \; ; \; i = 1,2,3 \; .$$

By reducing the reaction $\bar{R}_{1i}$, from B_i in O_1, the momentum:

$$\bar{r}_{B_i} \times \bar{R}_{1i} = \bar{r}_{B_i} \times R_{1i} \cdot \bar{\eta}_{1i} = R_{1i} \cdot r \begin{bmatrix} s\phi \cdot c\phi \cdot tg\,\alpha_1 \\ 1 \\ s^2\phi \cdot tg\,\alpha_1 \end{bmatrix}_{O_1 x_1 y_1 z_1} ;$$

results .

Then, the reactions of pairs B_i may be expressed in the trihedron $O_1 x_1 y_1 z_1$ by the torsor

$$\sum_{i=1}^{3} \left(R_{1i} \begin{bmatrix} s\phi \\ 0 \\ -c\phi \\ r s\phi c\phi \cdot tg\,\alpha_1 \\ r \\ r s^2\phi \cdot tg\,\alpha_1 \end{bmatrix}_{O_1 x_1 y_1 z_1} \right) .$$

Taking into account that passing from the trihedron $O_1 x_1 y_1 z_1$ to the trihedron $O_1 x_2 y_2 z_2$ is made on the basis of the matrix:

$$R_{1\to 2} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c\alpha_1 & s\alpha_1 \\ 0 & -s\alpha_1 & c\alpha_1 \end{bmatrix} ,$$

(see Fig.2,b)

the former torsor to the trihedron $O_1x_2y_2z_2$ becomes:

$$\sum_{i=1}^{3} \left(R_{1i} \begin{bmatrix} s\phi \\ -s\alpha_1 \cdot c\phi \\ -c\alpha_1 \cdot c\phi \\ r s\phi c\phi \, tg\alpha_1 \\ r c\alpha_1 (1+s^2\phi \cdot tg^2\alpha_1) \\ -r s\alpha_1 \cdot c^2\phi \end{bmatrix}_{O_1x_2y_2z_2} \right.$$

2.2. <u>The Reactions of Element 3 (Fig.3,a,b and c)</u>

<u>Pairs D and C</u>

$$\begin{bmatrix} Q_D + Q'_D \\ Q_a \\ P_D + P'_D \\ P_D \cdot l_3 + P'_D (l_3 + b_3) \\ 0 \\ -Q_D \cdot l_3 - Q'_D (l_3 + b_3) \end{bmatrix}_{Cx_3y_3z_3} \qquad \begin{bmatrix} 0 \\ Q_c \cdot c\alpha_2 \\ Q_c \cdot s\alpha_2 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}_{Cx_3y_3z_3}$$

<u>Pairs C_i</u>

According to Fig.3,c and 4, point O_2(of element 2) generates a curve that may be approximated by an elipse with the half axes:

$$a = \frac{2\sqrt{3}}{3} \cdot \frac{r}{2} \; \frac{1-c\alpha_2}{c\alpha_2} \qquad b = \frac{r}{2}\,(1-c\alpha_2) \; .$$

Since a $\sim$ b, for simplification it is considered that O_2 generates a circle with radius:

$$\rho = \frac{a+b}{2} = \frac{r}{2} \; \frac{1-c\alpha_2}{c\alpha_1} \cdot \frac{3c\alpha_2 + 2\sqrt{3}}{6}$$

Asa rezult,the lines Δ_{2i} have,in the trihedron $Cx'_2y'_2z'_2$, the equations (see Fig.3,c):

$$\Delta_{2i}: \begin{cases} x'_2 \simeq -\rho\, c3\varphi' + r c\phi' \; ; \\ y'_2 \simeq -\rho\, s3\varphi' + r s\phi' \; ; \end{cases} \quad \left\| \begin{array}{l} \phi' = \varphi' + (i-1)\, 120^\circ \; ; \\ \quad i = 1,2,3 \cdot \\ \varphi' = \varphi + \varphi^\circ + \varphi^* \quad (\text{see Fig.1}) \end{array} \right.$$

From the figure 3,b,it results:

$$\Pi_3 : \; y'_2 c\alpha_2 - z'_2 s\alpha_2 = 0 \Rightarrow y'_2 = z'_2 \, tg\,\alpha_2 \; .$$

Then:

$$C_i=\Delta_{2i}\cap\Pi_3 \Rightarrow [\bar{r}_{C_i}]=\begin{bmatrix}x'_{C_i}\\ y'_{C_i}\\ z'_{C_i}\end{bmatrix}_{Cx'_2y'_2z'_2} \simeq \begin{bmatrix}-\rho c3\varphi'+rc\phi'\\ (-\rho s3\varphi'+rs\phi')\,tg\alpha_2\\ -\rho s3\varphi'+rs\phi'\end{bmatrix}_{Cx'_2y'_2z'_2}.$$

The unit vectors of the reactions, $\bar{\eta}_{2i}$, have in the trihedron $x'_2y'_2z'_2$, the expressions:

$$[\bar{\eta}_{2i}]=\begin{bmatrix}-s\phi'\\ 0\\ c\phi'\end{bmatrix}_{x'_2y'_2z'_2}.$$

(see Fig.3,c).

As a result, the reactions from pairs C_i may be generated, in the trihedron $Cx'_2y'_2z'_2$, by the torsor :

$$\left(\sum_i \bar{R}_{2i},\sum_i \bar{r}_{C_i}\times\bar{R}_{2i}\right)\Rightarrow\sum_{i=1}^{3}\left(R_{2i}\begin{bmatrix}-s\phi'\\ 0\\ c\phi'\\ y'_{C_i}\cdot c\phi'\\ -(z'_{C_i}\cdot s\phi'+x'_{C_i}\cdot c\phi')\\ y'_{C_i}\cdot s\phi'\end{bmatrix}_{Cx'_2y'_2z'_2}\right),$$

and in the trihedron $O_2x'_2y'_2z'_2$, by the torsor :

$$\left(\sum_i \bar{R}_{2i},\sum_i \overline{O_2C_i}\times\bar{R}_{2i}\right)\Rightarrow\sum_{i=1}^{3}\left(R_{2i}\begin{bmatrix}-s\phi'\\ 0\\ c\phi'\\ rs\phi'\cdot c\phi'\cdot tg\alpha_2\\ -r\\ rs^2\phi'\,tg\alpha_2\end{bmatrix}_{O_2x'_2y'_2z'_2}\right),$$

where

$$[\overline{O_2C_i}]=\begin{bmatrix}rc\phi'\\ rs\phi'\,tg\alpha_2\\ rs\phi'\end{bmatrix}_{x'_2y'_2z'_2}.$$

Taking into account that passing from the trihedron $Cx'_2y'_2z'_2$ to the trihedron $Cx_3y_3z_3$ (see Fig.3,b) is made by help of the matrix:

$$R_{2'\to 3}=\begin{bmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & c\alpha_2 & -s\alpha_2\\ 0 & s\alpha_2 & c\alpha_2\end{bmatrix},$$

it results that:

$$\sum_i \left(R_{2i} \begin{bmatrix} -s\phi' \\ 0 \\ c\phi' \\ y'_{Ci}\cdot c\phi' \\ -(z_{Ci}\cdot s\phi' + x'_{Ci}\cdot c\phi') \\ y'_{Ci}\cdot s\phi' \end{bmatrix}_{Cx'_2y'_2z'_2} \Longrightarrow\right.$$

$$\Longrightarrow \sum_{i=1}^{3} \left(R_{2i} \begin{bmatrix} -s\phi' \\ -c\phi'\cdot s\alpha_2 \\ c\phi'\cdot c\alpha_2 \\ y'_{Ci}\cdot c\phi' \\ -(z'_{Ci}\cdot s\phi'\cdot c\alpha_2 + x'_{Ci}\cdot c\phi' c\alpha_2 + y'_{Ci}\cdot s\phi'\cdot s\alpha_2) \\ -(z'_{Ci}\cdot s\phi'\cdot s\alpha_2 + x'_{Ci}\cdot c\phi'\cdot s\alpha_2 - y'_{Ci}\cdot s\phi'\cdot c\alpha_2) \end{bmatrix}_{Cx_3y_3z_3}\right.$$

2.3. The Reactions of Element 2 (Fig.4)

Pairs B_1 (see the reactions of element 1):

$$\sum_{i=1}^{3} \left(-R_{1i} \begin{bmatrix} s\phi \\ -s\alpha_1\cdot c\phi \\ -c\alpha_1\cdot c\phi \\ rs\phi c\phi\, tg\alpha_1 \\ rc\alpha_1(1+s^2\phi\cdot tg^2\alpha_1) \\ -rs\alpha_1\cdot c^2\phi \end{bmatrix}_{O_1x_2y_2z_2}\right); \qquad \phi = \varphi + (i-1)\cdot 120\,; \quad i = 1,2,3\,.$$

reduced to C, the torsor becomes:

$$\left(\sum_i [\bar{R}_{i1}]_{O_1x_2y_2z_2}\,;\ \sum_i \left([\overline{CO_1}]\times[\bar{R}_{i1}]\right)\right) \Rightarrow$$

$$\sum_{i=1}^{3} \left(-R_{1i} \begin{bmatrix} s\phi \\ -s\alpha_1\cdot c\phi \\ -c\alpha_1\cdot c\phi \\ rs\phi c\phi\, tg\alpha_1 + l\cdot c\alpha_1\cdot c\phi \\ rc\alpha_1(1+s^2\phi\cdot tg^2\alpha_1) \\ -rs\alpha_1\cdot c^2\phi + l\cdot s\phi \end{bmatrix}_{Cx_2y_2z_2}\right),$$

where $[\overline{CO_1}] \simeq [0\ \ -l\ \ 0]^t$

Pair C has im $Cx_2y_2z_2$, (see fig.3,c)

$$\tau_C = Q_C \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}_{Cx_2y_2z_2}.$$

<u>Pairs C_1</u> (see element 3)

$$\sum_i \left(-R_{2i} \begin{bmatrix} -s\phi' \\ 0 \\ c\phi' \\ y'_{Ci}\cdot c\phi' \\ -(z'_{Ci}\cdot s\phi' + x'_{Ci}\cdot c\phi') \\ y'_{Ci}\cdot s\phi' \end{bmatrix}_{Cx_2'y_2'z_2'} \right).$$

Passing from the trihedron $Cx_2'y_2'z_2'$ to the trihedron $Cx_2y_2z_2$ is made by help of the matrix (see Fig.4):

$$R_{2'\to 2} = \begin{bmatrix} c\varphi^* & 0 & s\varphi^* \\ 0 & 1 & 0 \\ -s\varphi^* & 0 & c\varphi^* \end{bmatrix},$$

where (see Fig.1):

$$\varphi^* = \arccos(\bar{i}_1 \cdot \bar{i}_2')$$

$$[\bar{i}_1] = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix};\ \bar{i}_2' = \frac{\bar{j}_2 \times \bar{j}_3}{s\alpha_2};\ [\bar{j}_2] = \begin{bmatrix} 0 \\ c\alpha_1 \\ s\alpha_1 \end{bmatrix};\ [\bar{j}_3] \simeq \begin{bmatrix} -s\theta \\ c\theta \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\alpha_2 = \arccos(\bar{j}_2 \cdot \bar{j}_3) = \arccos(c\alpha_1 \cdot c\theta) \Rightarrow$$

$$s\alpha_2 = \sqrt{1 - c^2\alpha_1 \cdot c^2\theta};\ [\bar{i}_2'] = \begin{bmatrix} c\theta \cdot s\alpha_1 / s\alpha_2 \\ s\theta \cdot s\alpha_1 / s\alpha_2 \\ -s\theta \cdot c\alpha_1 / s\alpha_2 \end{bmatrix} \Rightarrow$$

$$\varphi^* = \arccos \frac{c\theta \cdot s\alpha_1}{s\alpha_2}$$

As a result, the former torsor becomes:

$$\xRightarrow{R_{2'\to 2}} \sum_{i=1}^{3} \left(-R_{2i} \begin{bmatrix} -s(\phi' - \varphi^*) \\ 0 \\ c(\phi' - \varphi^*) \\ y'_{Ci}\cdot c(\phi' - \varphi^*) \\ -(z'_{Ci}\cdot s\phi' + x'_{Ci}\cdot c\phi') \\ y'_{Ci}\cdot s(\phi' - \varphi^*) \end{bmatrix}_{Cx_2y_2z_2} \right) = \sum_{i=1}^{3} \left(-R_{21} \begin{bmatrix} -s(\phi + \varphi^\circ) \\ 0 \\ c(\phi + \varphi^\circ) \\ y'_{Ci}\cdot c(\phi + \varphi^\circ) \\ -(z'_{Ci}\cdot s\phi' + x'_{Ci}\cdot c\phi') \\ y'_{Ci}\cdot s(\phi + \varphi^\circ) \end{bmatrix}_{Cx_2y_2z_2} \right.$$

3. <u>Determination of the Reactions in Pairs</u>

According to the notation in Fig.4, it may be written for element 2:

The torsor of the reactions in pairs B_1

$$\sum_i \left(+R_{1i} \begin{bmatrix} -s\phi \\ +s\alpha_1 \cdot c\phi \\ +c\alpha_1 \cdot c\phi \\ -rs\phi c\phi tg\alpha_1 - lc\alpha_1 c\phi \\ -rc\alpha_1 (1+s^2\phi \cdot tg^2\alpha_1) \\ +rs\alpha_1 c^2\phi - l s\phi \end{bmatrix}_{Cx_2y_2z_2} \right) = \sum_{i=1}^{3} \left(R_{1i} \begin{bmatrix} B_{1i} \\ B_{2i} \\ B_{3i} \\ B_{4i} \\ B_{5i} \\ B_{6i} \end{bmatrix}_{Cx_2y_2z_2} \right)$$

the torsor of the reaction in pair C

$$Q_C \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}_{Cx_2y_2z_2}$$

and the torsor of the reactions in pairs C_i

$$\sum_i \left(+R_{2i} \begin{bmatrix} s(\phi+\varphi^o) \\ 0 \\ -c(\phi+\varphi^o) \\ -y'_{Ci} \cdot c(\phi+\varphi^o) \\ z'_{Ci} \cdot s\phi' + x'_{Ci} \cdot c\phi' \\ -y'_{Ci} \cdot s(\phi+\varphi^o) \end{bmatrix}_{Cx_2y_2z_2} \right) = \sum_{i=1}^{3} \left(R_{2i} \begin{bmatrix} C_{1i} \\ C_{2i} \\ C_{3i} \\ C_{4i} \\ C_{5i} \\ C_{6i} \end{bmatrix}_{Cx_2y_2z_2} \right)$$

According to Fig.1...4,

$$\phi = \varphi + (i-1) \cdot 120 \; ; \; \phi' = \varphi' + (i-1) \cdot 120 \; ; \; i = 1,2,3 \; ;$$
$$\varphi' = \varphi + \varphi^o + \varphi^* \; ; \; \varphi^o = 0^o \; ; \pm 60^o \; ,$$
$$\varphi^* = \arccos \frac{c\theta \cdot s\alpha_1}{s\alpha_2} \; ; \; \alpha_2 = \arccos (c\theta \cdot c\alpha_1) \; .$$

<u>The Reactions in Pairs B_i and C_i (fig.4)</u>

Using the equation of moments by axis y_1 of element 1 and the equations of equilibrium of element 2 the following set is obtained:

$$\begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & B_{13} & C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 \\ B_{21} & B_{22} & B_{23} & C_{21} & C_{22} & C_{23} & -1 \\ B_{31} & B_{32} & B_{33} & C_{31} & C_{32} & C_{33} & 0 \\ B_{41} & B_{42} & B_{43} & C_{41} & C_{42} & C_{43} & 0 \\ B_{51} & B_{52} & B_{53} & C_{51} & C_{52} & C_{53} & 0 \\ B_{61} & B_{62} & B_{63} & C_{61} & C_{62} & C_{63} & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R_{11} \\ R_{12} \\ R_{13} \\ R_{21} \\ R_{22} \\ R_{23} \\ Q_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ M_t \end{bmatrix}$$

By solving this set of equations there are obtained the reactions: R_{1i}, R_{2i}, $i = 1,2,3$ and Q_c, depending upon M_t, α_1, θ and φ.

<u>The Reactions in Pair A</u> (element 1-Fig.2,a) are obtained by solving the set :

$$\begin{cases} Q_A + Q'_A = -\sum_i R_{1i} s\phi ; \\ P_A + P'_A = +\sum_i R_{1i} c\phi ; \\ P_A l_1 + P'_A \cdot (b_1 + l_1) = \sum_i R_{1i} \cdot r \cdot s\phi \cdot c\phi \cdot tg\alpha_1 ; \\ Q_A l_1 + Q'_A (b_1 + l_1) = -\sum_i R_{1i} \cdot r \cdot s^2\phi \cdot tg\alpha_1 ; \end{cases} \Longrightarrow$$

$$\begin{vmatrix} Q_A = \sum_{i=1}^{3} \frac{1}{b_1} R_{1i} \cdot s\phi (r \cdot s\phi \cdot tg\alpha_1 - b_1 - l_1) ; \\ Q'_A = \sum_i \frac{1}{b_1} R_{1i} s\phi (l_1 - r s\phi \cdot tg\alpha_1) ; \\ P_A = \sum_i \frac{1}{b_1} R_{1i} c\phi (b_1 + l_1 - r s\phi \cdot tg\alpha_1) ; \\ P'_A = \sum_i \frac{1}{b_1} R_{1i} c\phi (r \cdot s\phi \cdot tg\alpha_1 - l_1) . \end{vmatrix}$$

<u>The Reactions in Pair D</u> (element 3,Fig.3,a) are noted:

$$\sum_i \left(R_{2i} \begin{bmatrix} -s\phi' \\ -c\phi' \cdot s\alpha_2 \\ c\phi' \cdot c\alpha_2 \\ y'_{C_i} \cdot c\phi' \\ -(x'_{C_i} \cdot c\phi' \cdot c\alpha_2 + y'_{C_i} \cdot s\phi' \cdot s\alpha_2 + z'_{C_i} \cdot s\phi' \cdot c\alpha_2) \\ -(x'_{C_i} \cdot c\phi' \cdot s\alpha_2 - y'_{C_i} \cdot s\phi' \cdot c\alpha_2 + z'_{C_i} \cdot s\phi' \cdot s\alpha_2) \end{bmatrix}_{C x_3 y_3 z_3} \right) = \sum_i \left(R_{2i} \begin{bmatrix} D_{1i} \\ D_{2i} \\ D_{3i} \\ D_{4i} \\ D_{5i} \\ D_{6i} \end{bmatrix} \right)$$

where

$$\begin{cases} x'_{C_i} \simeq -\rho \cdot c 3\varphi' + r c\phi' ; \\ y'_{C_i} \simeq (-\rho \cdot s 3\varphi' + r s\phi') tg\alpha_2 ; \quad \rho = \frac{r}{2} \cdot \frac{1 - c\alpha_2}{c\alpha_2} \cdot \frac{3c\alpha_2 + 2\sqrt{3}}{6} ; \\ z'_{C_i} \simeq -\rho \cdot s 3\varphi' + r s\phi' ; \quad \alpha_2 = \arccos (c\theta \cdot c\alpha_1) . \end{cases}$$

As a result,

$$\begin{cases} Q_D + Q'_D = -\sum_i R_{2i} \cdot D_{1i} ; \\ \quad Q_A = -(\sum_i R_{2i} \cdot D_{2i} + Q_C \cdot c\alpha_2) ; \\ P_D + P'_D = -(\sum_i R_{2i} \cdot D_{3i} + Q_C \cdot s\alpha_2) ; \\ P_D l_3 + P'_D (l_3 + b_3) = -\sum_i R_{2i} \cdot D_{4i} ; \end{cases} \Longrightarrow$$

$$\begin{cases} M_r = -\sum_i R_{2i} \cdot D_{5i} \; ; \\ Q_D \cdot l_3 + Q'_D (l_3 + b_3) = \sum_i R_{2i} \cdot D_{6i} \; . \end{cases} \Longrightarrow$$

$$\left| \begin{array}{l} Q_a = -\left(\sum_i R_{2i} \cdot D_{2i} + Q_c \cdot c\alpha_2\right) ; \\ M_r = -\sum_i R_{2i} \cdot D_{5i} \; ; \\ Q_D = -\sum_i \frac{1}{b_3} \cdot R_{2i} (l_3 \cdot D_{1i} + b_3 \cdot D_{1i} + D_{6i}) \; ; \\ Q'_D = \sum_i \frac{1}{b_3} \cdot R_{2i} \left(l_3 \cdot D_{1i} + D_{6i} \right) ; \\ P_D = \sum_i \frac{1}{b_3} R_{2i} \left(D_{4i} - l_3 D_{3i} - b_3 D_{3i} \right) - \frac{l_3 + b_3}{b_3} \cdot Q_c \cdot s\alpha_2 \; ; \\ P'_D = \sum_i \frac{1}{b_3} \cdot R_{2i} \left(l_3 \cdot D_{3i} - D_{4i} \right) + \frac{l_3}{b_3} \cdot Q_c \cdot s\alpha_2 \; . \end{array} \right.$$

By disregarding the swall terms, there are obtained the following simplified expressions of the forces in the two tripod-jointed mechanism:

$$\left\| \begin{array}{l} R_{11} \simeq R_{12} \simeq R_{13} \simeq M_t / (3r) = R_1 \\ M_{t2} \simeq \frac{M_t}{3r} \cdot r \, \frac{3}{2} \, \frac{1 + \cos^2\alpha_1}{\cos\alpha_1} = \frac{1}{2} M_t \cdot \frac{1 + \cos^2\alpha_1}{\cos\alpha_1} \; . \end{array} \right.$$

$$R_{21} + R_{22} + R_{23} = \frac{M_t}{r} \cdot \frac{1 + \cos^2\alpha_1}{2\cos\alpha_1}$$

$$\frac{M_t}{3} \, \frac{3}{2} \, s\alpha_1 = \frac{3}{2} R_2 r \cdot tg\,\alpha_2 \boxed{\cos\varphi^*} \simeq \frac{3}{2} R_2 \, r \, s\alpha_1$$

$$\cos\varphi^* = \frac{c\theta \, s\alpha_1}{s\alpha_2} \simeq \frac{s\alpha_1}{tg\,\alpha_2}$$

$$\left\| \; R_{21} \simeq R_{22} \simeq R_{23} \simeq \frac{M_t}{3r} \cdot \frac{1 + c^2\alpha_1}{2 \cdot c\alpha_1} = R_2 \right.$$

$$Q_A \simeq \frac{1}{b_1} R_1 \Sigma \left(r \, s^2\phi \cdot tg\alpha_1 - b_1 s\phi - l_1 s\phi \right) =$$

$$= \frac{1}{b_1} R_1 \cdot \frac{3}{2} \, r \, tg\,\alpha_1 = \frac{M_t}{2 \, b_1} \cdot tg\,\alpha_1$$

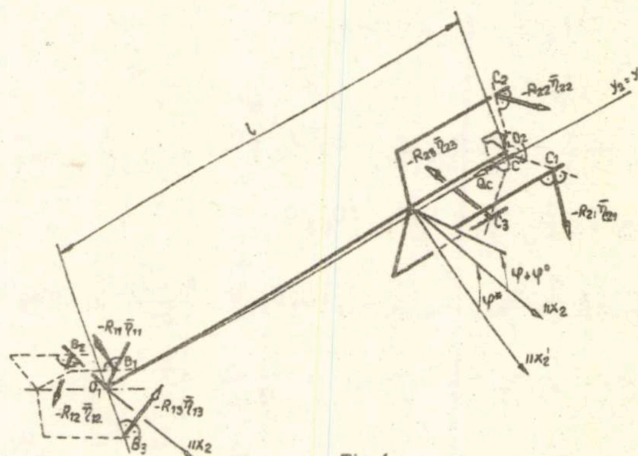
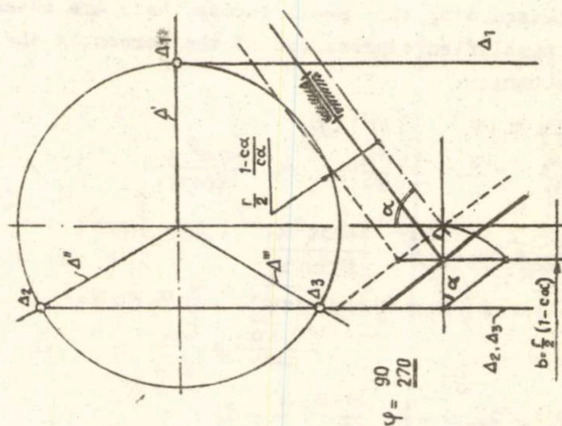

l
$y_2=y$
C_1
C_2
C_3
O_1
O_2
θ_1
θ_2
θ_3
θ_c
$\varphi+\varphi^{\circ}$
φ°
IIx_2
IIx_2'

Fig.4


$\varphi = \frac{90}{270}$
Δ_1
Δ_2
Δ_3
Δ_2, Δ_3
α

$$Q'_A \simeq \frac{1}{b_1} R_1 \Sigma (l_1 s\phi - r tg\alpha_1 \cdot s^2\phi) = \frac{-1}{b_1} R_1 \frac{3}{2} r tg\alpha_1 = -$$
$$= -\frac{M_t}{2b_1} tg\alpha_1 = -Q_A$$

$$Q_A \simeq -Q'_A \simeq \frac{M_t}{2b_1} \cdot tg\alpha_1 \;;\; P_A \simeq P'_A \simeq 0 .$$

$$\Sigma D_{1i} \simeq \Sigma D_{2i} \simeq \Sigma D_{3i} \simeq \Sigma D_{4i} \simeq 0$$

$$\Sigma D_{5i} \simeq -(3rc\alpha_2 + \frac{3}{2} r tg\alpha_2 s\alpha_2) = -\frac{3}{2} rc\alpha_2 \left(2 + \frac{s^2\alpha_2}{c^2\alpha_2}\right) =$$
$$= -\frac{3r}{2} \frac{1+c^2\alpha_2}{c\alpha_2}$$

$$\Sigma D_{6i} \simeq -\frac{3}{2} rs\alpha_2 \quad ; \quad Q_c \simeq 0 .$$

$$Q_a \simeq 0 \;;$$
$$M_r \simeq M_t \frac{1+c^2\alpha_1}{2 \cdot c\alpha_1} \cdot \frac{1+c^2\alpha_2}{2 \cdot c\alpha_2}$$
$$Q_D \simeq +\frac{1}{b_3} R_2 \frac{3}{2} rs\alpha_2 = \frac{M_t}{2b_3} \frac{1+c^2\alpha_1}{2c\alpha_1} \cdot s\alpha_2$$
$$Q_D \simeq -Q_D$$
$$P_D \simeq P'_D \simeq 0 .$$

Conclusions

In the conditions of utilization the bitripod mechanism in cars (see methods of point 2)

- the forces of inertia of elements may be disregarded
- the reactions in the points of contact (B_1, C_1 Fig.1) are approximately equal
- the reactions in the rotation pairs of the input and output shafts (pairs A and D fig.1) are reduced to ave by one pair of equal forces and of counter - current
  ($Q_A \parallel Q_A' \parallel X_1$; $Q_D \parallel Q_D' \parallel X_3$ - Fig. 4)
- in projection the determination of forces in pairs by help of the simplified relations obtained from the exact relations by dis regarding the small terms (fig.4) and relations is sufficient.

Bybliography

[1] DUDITA,FL. Cuplaje mobile homocinetice.Bucureşti.Editura Tehnică,1974.

[2] DUDITA,FL. Mecanisme spaţiale tripode.Studii şi cercetări de mecanică aplicată nr.6,1969.

[3] PANDREA,N. Proprietăţi geometrice ale cuplajelor tripode.Buletinul Simpozionului PRASIC '82.

[4] DIACONESCU,D., DUDITA,FL., Analiza forţelor de inerţie ale transmisiilor tripode utilizate la autoturisme. Catedra M.O.M. Universitatea din Braşov.1981.

[5] DUDITA,FL., DIACONESCU,D. Cinematica cuplajului tripod.Buletinul Simpozionului IFToMM,Bucureşti,1973.

[6] DIACONESCU,D. Studiul determinabilităţii dinamice a mecanismelor în premiza elementelor rigide,referat în cadrul pregătirii tezei de doctorat. Catedra M.O.M. Universitatea din Braşov, 1979.

DIA CONESCU D, MUNTEANU O., VISA I., SOUCA N.

REZUMAT

In lucrare se prezintă analiza forţelor mecanismelor bi-tripode.

Rezultatele teoretice obţinute sînt folosite în proiectarea mecanismelor bi-tripode.

DIACONESCU D., MUNTEANU O., VISA I., SOUCA N.

SUMMARY

In this paper is presented the analyse of forces of bi-tripod mechanisms.

The obtained theoretical results are used in the bi-tripod mechanisms design.

EXAKTE GEOMETRISCHE SYNTHESE DES EBENEN SCHUBKURBELGETRIEBES FÜR FÜNF VORGEGEBENE LAGENZUORDNUNGEN

Dr.Ing.Ion Vişa, Oberassistent,Universität Braşov;
S.Papuc, Student, Abteilung Feinmechanik,Universität Braşov.

1. Einführung:

Bei der Projektierung eines Schubkurbelgetriebes stellt sich oft das Problem der Festsetzung der Getriebegeometrie, so dass für bestimmte Lagen des Antriebsgliedes vorgegebene Lagen des Abtriebsgliedes entsprechen.

Die entsprechenden Lagepaare der An- und Abtriebsglieder heissen Lagenzuordnungen. Ihre Anzahl hängt von der Anzahl der unbekannten Parameter ab.

Für das Schubkurbelgetriebe sind die unbekannten Parameter (Bild 1):

- die geometrischen Parameter: r,l,e - die das Getriebeschema definieren;
- die Grössen α_0 und S_0 - die die erste Lagenzuordnung markieren.

Folglich ist für das ebene Schubkurbelgetriebe die maximale Anzahl der vorgegebenen Lagenzuordnungen fünf, wobei diese in Abhängigkeit von der ersten Lagenzuordnung durch die bekannten Grössen α_i und S_i (i=1...4) (s.Bild 1) definiert werden.

In der Fachliteratur ist das Problem der Synthese auf Grund der vorgegebenen Lagenzuordnungen für das ebene Schubkurbelgetriebe analytisch exakt für drei [1,2,4,5] und für vier [1,4] Lagenzuordnungen gelöst. Für fünf vorgegebene Lagenzuordnungen ist die Synthese näherungsweise (auf iterativem Wege), entweder durch Zykliesierung eines oder zweier Parameter [3,4], oder durch numerische Lösung (mit der Newton'schen Methode) des erhaltenen nichtlinearen Systems [3] gelöst.

Das Ziel der gegenwärtigen Arbeit ist die analytische exakte Lösung des Problems der geometrischen Synthese des ebenen Schubkurbelgetriebes für fünf vorgegebene Lagenzuordnungen.

2. Synthese für fünf vorgegebene Lagenzuordnungen

Es werden α_i und s_i $(i = 1 \dots 4)$ als Synthesedaten betrachtet und die Festsetzung der Grössen r, l, e, α_o, s_o verlangt.

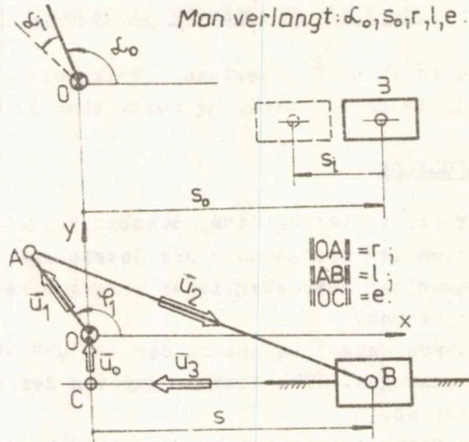


Bild 1. Definitionsschema der vorgegebenen Lagenzuordnungen(a) und das Getriebe in laufender Lage (b).

Aus der , in der Form

$$-l\,\bar{u}_2 = r\,\bar{u}_1 + s\,\bar{u}_3 + e\,\bar{u}_o \,, \tag{1}$$

gebrachten Gleichung des Gliedervektorenzuges des Getriebes(Bild 1,b), worin die Versoren die Ausdrücke

$$\bar{u}_1 = \bar{i}\cos\varphi_1 + \bar{j}\sin\varphi_1 \;;\; \bar{u}_3 = -\bar{i} \;;\; \bar{u}_o = \bar{j} \tag{2}$$

haben, wird durch Quadrierung und Ausführung der Rechnungen die Ortsfunktion

$$s^2 - 2rs\cos\varphi_1 + 2re\sin\varphi_1 + r^2 - l^2 + e^2 = 0 \tag{3}$$

erhalten.

Für die fünf vorgegebenen Lagenzuordnungen führt die Ortsfunktion (3) zum nichtlinearen System

$$\begin{cases} s_o^2 - 2rs_o\cos\alpha_o + 2re\sin\alpha_o + r^2 - l^2 + e^2 = 0\,; & (4) \\ (s_o - s_i)^2 - 2r(s_o - s_i)\cos(\alpha_o + \alpha_i) + 2re\sin(\alpha_o + \alpha_i) + r^2 - l^2 + e^2 = 0\,, \; (i = 1 \dots 4) & (5) \end{cases}$$

von fünf Gleichungen mit fünf Unbekannten: r, l, e, α_o, s_o.

Durch sukzessive Abziehung der Gleichung (4) von dem Gleich-

ungen (5), also durch die Elimination von l, erhält man

$$(s_0-s_i)^2-s_0^2+2r[s_0\cos\alpha_0-(s_0-s_i)\cos(\alpha_0+\alpha_i)]+2re[\sin\alpha_0+\sin(\alpha_0+\alpha_i)]=0, \quad (i=1\ldots4) \qquad (6)$$

ein nichtlineares System von vier Gleichungen mit vier Unbekannten (r, e, α_0, s_0), welches in der Form

$$\begin{aligned}&2r(s_0\cos\alpha_0-e\sin\alpha_0)(1-\cos\alpha_i)+2r(s_0\sin\alpha_0+e\cos\alpha_0)\sin\alpha_i+\\&+2rs_i\cos\alpha_0\cos\alpha_i-2rs_i\sin\alpha_0\sin\alpha_i-2s_0s_i+s_i^2=0, (i=1\ldots4)\end{aligned} \qquad (7)$$

gebracht wird.

Für die Lösung des nichtlinearen Systems (7) wird eine "erzwungene" Linearisierung desselben ausgeführt, wobei die bekannten Koeffizienten mit

$$\begin{aligned}&a_i=2(1-\cos\alpha_i);\ b_i=2\sin\alpha_i;\ c_i=2s_i\cos\alpha_i;\\&d_i=-2s_i\sin\alpha_i;\ e_i=-2s_i;\ f_i=s_i^2, (i=1\ldots4)\end{aligned} \qquad (8)$$

bezeichnet und die formalen Variablen

$$\begin{aligned}&x_1=r(s_0\cos\alpha_0-e\sin\alpha_0); \qquad x_4=r\sin\alpha_0;\\&x_2=r(s_0\sin\alpha_0+e\cos\alpha_0); \qquad x_5=s_0\\&x_3=r\cos\alpha_0;\end{aligned} \qquad (9)$$

eingeführt werden.

Damit wird das System (7)

$$a_ix_1+b_ix_2+c_ix_3+d_ix_4+e_ix_5+f_i=0, \quad (i=1\ldots4) \qquad (1o)$$

d.h. es verwandelt sich in ein verträgliches, einfach unbestimmtes lineares System. Die fünf, von (9) gegebenen, formalen Variablen sind aber nicht unabhängig, sondern es existiert zwischen Ihnen folgende Abhängigkeitsbeziehung

$$x_1x_3+x_2x_4-(x_3^2+x_4^2)\cdot x_5=0, \qquad (11)$$

die aus (9) durch Elimination der tatsächlichen Unbekannten r, e, α_0 und s_0 erhalten wird.

Durch Anschliessung der Gleichung (11) an die vier Gleichungen des Systems (1o) erhält man ein verträgliches bestimmtes System von fünf Gleichungen mit fünf Unbekannten, bei dem die ersten vier Gleichungen linear sind, während die fünfte (11) nicht linear ist. Das System wird:

$$\begin{cases}a_1x_1+b_1x_2+c_1x_3+d_1x_4+e_1x_5+f_1=0;\\a_2x_1+b_2x_2+c_2x_3+d_2x_4+e_2x_5+f_2=0;\\a_3x_1+b_3x_2+c_3x_3+d_3x_4+e_3x_5+f_3=0;\\a_4x_1+b_4x_2+c_4x_3+d_4x_4+e_4x_5+f_4=0;\\x_1x_3+x_2x_4-(x_3^2+x_4^2)\cdot x_5=0.\end{cases} \qquad (12)$$

Für die Lösung des Systems (12) werden aus den ersten vier Gleichungen, z.B. die formalen Unbekannten x_1, x_2, x_3 und x_4 als lineare Funktionen von x_5 bestimmt, wobei

$$x_1=\frac{\Delta x_1}{\Delta};\ x_2=\frac{\Delta x_2}{\Delta};\ x_3=\frac{\Delta x_3}{\Delta};\ x_4=\frac{\Delta x_4}{\Delta} \qquad (13)$$

mit

$$\Delta = |a_i\, b_i\, c_i\, d_i|_{(i=1\ldots4)};\quad \begin{array}{l} \Delta x_1 = |-e_i x_5 - f_i \quad b_i \quad c_i \quad d_i|; \\ \Delta x_2 = |a_i \quad -e_i x_5 - f_i \quad c_i \quad d_i|; \\ \Delta x_3 = |a_i \quad b_i \quad -e_i x_5 - f_i \quad d_i|; \\ \Delta x_4 = |a_i \quad b_i \quad c_i \quad -e_i x_5 - f_i|,\ (i=1\ldots4) \end{array} \tag{14}$$

erhalten werden. Durch Ersetzen von (14) in der letzten Gleichung des Systems (12) erhält man eine allgemeine Gleichung dritten Grades in der formalen Unbekannten x_5, welche analytisch exakt mit Hilfe der Cardan'schen Formeln lösbar ist und eine oder drei reele Lösungen haben kann.

Nach der Bestimmung der formalen Unbekannten x_5 werden mit den Beziehungen (13...14) auch die anderen formalen Unbekannten x_1, x_2, x_3, x_4 bestimmt, wonach aus den Gleichungen (9) und (4) die tatsächlichen Unbekannten mit den Beziehungen

$$s_0 = x_5\ ;\ \alpha_0 = \operatorname{arctg}\frac{x_4}{x_3}\ ;\ r = \frac{x_4}{\sin\alpha_0} = \frac{x_3}{\cos\alpha_0}; \tag{15}$$

$$e = \frac{-x_1 + r s_0 \cos\alpha_0}{r\sin\alpha_0}\ ;\quad l = \sqrt{s_0^2 - 2 r s_0 \cos\varphi_1 + 2re\sin\varphi_1 + r^2 + e^2}$$

bestimmt werden.

3. Partikularisation. Synthese für vier vorgegebene Lagenzuordnungen

Für vier vorgegebene Lagenzuordnungen ist i=1...3 in den allgemeinen, unter Punkt 2 festgesetzten Gleichungen.

Im Fall von vier vorgegebenen Lagenzuordnungen kann jedwede der fünf Grössen (r, l, e, α_0, s_0) beliebig gewählt werden, wonach die restlichen Vier bestimmt werden. Es existieren also $C_5^1 = 5$ Fälle. Im folgenden werden zwei Fälle (häufig auftretende Fälle) analysiert.

3.1. Fall α_0- gegeben. Für α_0- gegeben wird aus (9) die Beziehung

$$x_4 = x_3 \operatorname{tg}\alpha_0\ , \tag{16}$$

erhalten, welche in das System (12) eingeführt und unter Berücksichtigung dass i=1...3 zum System

$$\begin{cases} a_1 x_1 + b_1 x_2 + (c_1 + d_1 \operatorname{tg}\alpha_0) x_3 + e_1 x_5 + f_1 = 0; \\ a_2 x_1 + b_2 x_2 + (c_2 + d_2 \operatorname{tg}\alpha_0) x_3 + e_2 x_5 + f_2 = 0; \\ a_3 x_1 + b_3 x_2 + (c_3 + d_3 \operatorname{tg}\alpha_0) x_3 + e_3 x_5 + f_3 = 0; \\ x_1 + x_2 \operatorname{tg}\alpha_0 - x_3 (1 + \operatorname{tg}^2\alpha_0)\cdot x_5 = 0 \end{cases} \tag{17}$$

von vier Gleichungen mit vier Umbekannten (x_1, x_2, x_3, x_5) und mit von (8) gegebenen Koeffizienten $a_i \dots f_i$ führt. x_1, x_2, x_3 aus den ersten drei Gleichungen als lineare Funktionen von x_5 bestimmend und diese dann in die vierte Gleichung einsetzend, resultiert eine Gleichung zweiten Grades in x_5, deren Lösung x_5 ergibt. Nachher werden x_1, x_2 und x_3 aus den ersten drei Gleichungen des Systems (17) bestimmt, während aus den Beziehungen (15) r,e und l resultieren.

3.2. Fall s_0 - gegeben. Für s_0- gegeben ist gemäss (9) $x_5=0$, während das System (12)

$$\begin{cases} a_1 x_1 + b_1 x_2 + c_1 x_3 + d_1 x_4 + e_1 s_0 + f_1 = 0; \\ a_2 x_1 + b_2 x_2 + c_2 x_3 + d_2 x_4 + e_2 s_0 + f_2 = 0; \\ a_3 x_1 + b_3 x_2 + c_3 x_3 + d_3 x_4 + e_3 s_0 + f_3 = 0 \\ x_1 x_3 + x_2 x_4 - (x_3^2 + x_4^2) \cdot s_0 = 0, \end{cases} \tag{18}$$

wird, welches ein System von vier Gleichungen mit vier Unbekannten und von (8) gegebenen Koeffizienten $a_i \dots f_i$ ist. Dem Fall 3.1 analog, werden durch Lösung x_1, x_2, x_3, x_4 erhalten, wonach aus (15) r,l, e, α_0 resultieren. Präzisierung: In [1] wurden direkt Endbeziehungen für die Berechnung der geometrischen Parameter für vier Lagenzuordnungen, sowohl für den Fall α_0- gegeben, wie auch für den Fall s_0- gegeben, festgesetzt.

4. Partikularisation, Synthese für drei vorgegebene Lagenzuordnungen

Für drei vorgegebene Lagenzuordnungen ist in den allgemeinen, unter Punkt 2 festgesetzten Beziehungen i=1...2.

In diesem Fall können von den fünf Grössen (r.l,e,α_0,s_0) jedwede zwei beliebig gewählt werden, wonach die anderen drei bestimmt werden. Es existieren, also, C_5^2 = 10 Synthesemöglichkeiten.

Im folgenden wird nur der Fall α_0 und s_0- gegeben analysiert.

Für α_0 und s_0- gegeben erhält man die Beziehungen

$$x_5 = s_0 ; \quad \frac{x_4}{x_3} = \operatorname{tg} \alpha_0 , \tag{19}$$

die in (12) eingesetzt und unter Berücksichtigung dass i=1...2 zu dem linearen System

$$\begin{cases} a_1 x_1 + b_1 x_2 + (c_1 + d_1 \operatorname{tg} \alpha_0) x_3 + e_1 s_0 + f_1 = 0 ; \\ a_2 x_1 + b_2 x_2 + (c_2 + d_2 \operatorname{tg} \alpha_0) x_3 + e_2 s_0 + f_2 = 0 ; \\ x_1 + x_2 \operatorname{tg} \alpha_0 - x_3 (1 + \operatorname{tg}^2 \alpha_0) \cdot s_0 = 0 , \end{cases} \tag{2o}$$

führen, welches ein System von drei Gleichungen mit drei Unbekannten (x_1, x_2, x_3) und durch (8) gegebene Koeffizienten ist. Durch Lösung des Systems resultieren x_1, x_2, x_3, wonach aus (15) r,l,e

erhalten werden. Endbeziehungen für die Berechnung sind in [1] gegeben.

5. Zahlenbeispiel

Als Anfangsdaten werden α_i und $s_{i(i=1...4)}$ mit den Werten

$$\alpha_1 = 40^\circ;\ \alpha_2 = 100^\circ;\ \alpha_3 = 140^\circ;\ \alpha_4 = 160^\circ;$$
$$s_1 = 40mm;\ s_2 = 69mm;\ s_3 = 66mm;\ s_4 = 59mm$$

betrachtet.

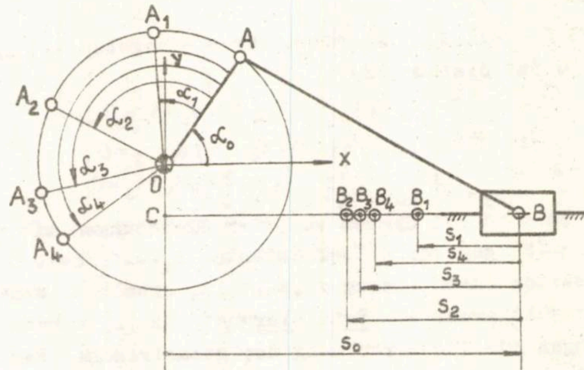


Bild.2. Beispiel eines durch die in der Arbeit dargestellten Synthesemethode erhaltenen Schubkurbelgetriebes (für fünf vorgegebene Lagenzuordnungen).

Durch Anwendung der in der Arbeit dargestellten Methode erhält man folgende Werte für die geometrischen Parameter:

$$r = 51,535mm;\ l = 127,614mm;\ e = 19,991mm;\ \alpha_0 = 52,92^\circ;\ s_0 = 143,103mm.$$

Die vorgegebenen Lagenzuordnungen und das erhaltene Getriebe sind in Bild 2 masstäblich dargestellt.

6. Schlussfolgerungen

1. In der Arbeit werden zum ersten Mal Beziehungen für die exakte geometrische Synthese der ebenen Schubkurbelgetriebe für fünf vorgegebene Lagenzuordnungen festgesetzt.

2. Die allgemeinen, in der Arbeit festgesetzten, Synthesebeziehungen ermöglichen durch Partikularisierung auch die exakte geometrische Synthese der ebenen Schubkurbelgetriebe für vier und für drei vorgegebene Lagenzuordnungen.

3. Es wird zum ersten Mal in der Schubkurbelgetriebesynthese die Linearisierung des Systems von fünf Gleichungen mit fünf Unbekannten durch Einführung der formalen Variablen ausgeführt.

4. Durch Linearisierung des den fünf Lagenzuordnungen entsprechenden Gleichungssystems werden die Berechnungen im Vergleich zu den bekannten Methoden (iterative Methoden der numerischen Lösung der nichtlinearen Systeme) wesentlich vereinfacht, so dass die Synthese mit Hilfe eines Taschenrechners ausgeführt werden kann.

5. Die Synthese durch die in der Arbeit dargestellte Methode schliesst die bei der numerischen Lösung der nichtlinearen Systeme notwendige Wahl einer Anfangslösung, die die Konvergenz des iterativen Prozesses nicht sicherstellt wenn sie der tatsächlichen Lösung nicht nahe liegt, aus.

7. Literaturhinweise

[1] ALEXANDRU,P., VISA,I., BOBANCU,S. Mecanisme,vol.II.Sinteza mecanismelor.Universitatea din Braşov,1984.

[2] ARTOBOLEVSKII,I.L. Teoria mehanizmov i maşin. Moscva, 1975.

[3] HANDRA LUCA,V. Funcţiile de transmitere în studiul mecanismelor. Editura Academiei R.S.R.,Bucureşti,1983.

[4] LICHTENHELDT,W., LUCK,K. Konstruktionslehre der Getriebe. Akademie - Verlag, Berlin, 1979.

[5] POPESCU,I. Proiectarea mecanismelor plane. Editura Scrisul românesc, Craiova,1977.

VISA,I., PAPUC,S.

SINTEZA GEOMETRICA EXACTA A MECANISMULUI BIELA-MANIVELA PLAN PENTRU CINCI POZITII ASOCIATE IMPUSE

Rezumat

In lucrare se prezintă o metodă de sinteză geometrică exactă a mecanismului bielă - manivelă pentru cinci poziţii asociate impuse elementelor conducător - condus.

Metoda se bazează pe liniarizarea sistemului neliniar de cinci ecuaţii (corespunzătoare celor cinci poziţii asociate) cu cinci necunoscute (parametrii geometrici) prin întroducerea unor variabile formale care reprezintă grupuri de parametri geometrici.

Prin metoda expusă în lucrare se obţin, comparativ cu metodele existente, soluţia exactă, reducerea considerabilă a volumului de calcule şi se înlătură necesitatea alegerii arbitrare a soluţiei iniţiale de rezolvare a sistemului neliniar.

EXAKTE GEOMETRISCHE SYNTHESE DES EBENEN SCHUBKURBELGETRIEBES FÜR FÜNF VORGEGEBENE LAGENZUORDNUNGEN

Zusammenfassung

In der Arbeit wird eine Methode der exakten geometrischen Synthese des Schubkurbelgetriebes für fünf vorgegebene Lagenzuordnungen des An- und Abtriebsgliedes dargestellt.

Die Methode beruht auf die Linearisierung des nichtlinearen Systems von fünf Gkeichungen (den fünf Lagenzuordnungen entsprechend) mit fünf Unbekannten (geometrische Parameter)durch Einführung von formalen Variablen, die Gruppen von geometrischen Parametern darstellen.

Durch die in der Arbeit dargestellte Methode werden,im Vergleich zu den Existierenden, die exakte Lösung und eine bedeutende Herabsetzung des Rechenaufwandes erhalten , während die Notwendigkeit der beliebigen Wahl einer Anfangslösung für das nichtlineare System ausgeschlossen wird.

DYNAMISCHE ASPEKTE DER PLANETENGETRIEBE

Dr.Ing. Dorin Diaconescu, Oberassistent, Universität Braşov;

Dipl.Ing. Olimpiu Munteanu, Assistent, Universität Braşov.

1. Einleitung

Das Studium des Wirkungsgrades und das Studium der Kräfte stellen ein Grundziel in der Dynamik der Planetengetriebe dar, wobei die daraus erhaltenen Ergebnisse direkt für die Einzelteilentwerfung benützbar sind.

Die Kräfteanalyse und, einbegriffen, die Wirkungsgradanalyse der Planetengetriebe kann durch verschiedene Methoden ausgeführt werden. Davon heben sich die in[1],[2],[3],[4],[5],[6],[7],[8],[9], Vorgeschlagenen hervor.

Alle diese Methoden haben als Grundlage dieselbe Voraussetzung, gemäss welcher die Bewegungsinversion eines einfachen Planetengetriebes die Relativbewegungen und die Kräfte im Getriebe unverändert lässt, was auch wahr ist, wenn die Trägheitskräfte vernachlässigt werden (Situation, die in vielen Anwendungsfällen akzeptiert werden kann).

Diese Methoden unterscheiden sich im wesentlichen durch die Art der Bestimmung des dem Standwirkungsgrad assozierten Exponenten, wobei das das Standgetriebe aus dem einfachen Planetengetriebe durch Inversion der Bewegung entstand; durch diesen Exponent wird praktisch der Richtungssinn des Leistungsflusses durch das Standgetriebe ausgedrückt.

In dieser Arbeit wird eine neue Variante der dynamischen Analyse der Planetengetriebe vorgeschlagen, die aus den nachstehenden aufeinanderfolgenden Etappen besteht.

1. Kinematische Analyse
2. Analyse der Drehmomente unter Vernachlässigung der Reibung (und der Trägheitskräfte)
3. Analyse des Leistungsflusses (unverbindlich)
4. Analyse des Wirkungsgrades und der Drehmomente unter Berücksichtigung der Reibung.

Zum Unterschied von den erwähnten Methoden, wird in der im Folgenden dargestellten Variante die Bestimmung des Exponenten x_j einfach durch Benützung der Ergebnisse der Etappen 1 und 2 aus - geführt. Zusätzlich, wird durch diese Variante eine Vereinfachung der Berehnungen erzielt, u.zw. dadurch dass die Ausdrücke der "Momente ohne Reibung" auch für die Bestimmung der "Momente mit Reibung" verwendet werden.

Da der Leistungsfluss nicht direkt in die Entwerfung der Planetengetriebe eintritt, stellt er einen Richtwert dar und wurde aus diesem Grunde als unverbindliche Etappe betrachtet.

Die vorgeschlagene Methode für die dynamische Analyse der zusammengesetzten Planetengetriebe wird im Folgenden mit Hilfe eines Beispiels dargestellt (s.Bild 1).

2. Beispiel der dynamischen Analyse eines zusammengesetzten Planetengetriebes

In Übereinstimmung mit dem Angeführten, umfasst die Analyse des in Bild 1 betrachteten zusammengesetzten Planetengetriebes folgende 4 Etappen:

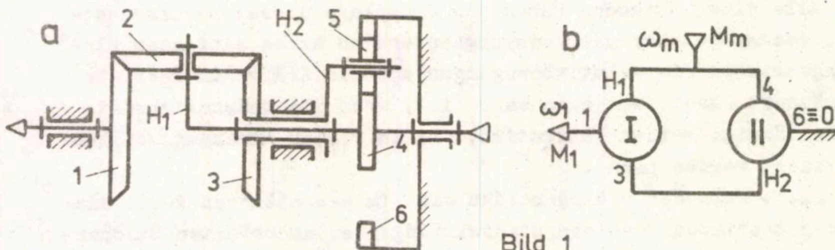


Bild 1

2.1. Kinematische Analyse

Durch Anwendung der Bewegungsinversion [2], [5] und bei Annahme der Zähnezahlen $z_1=z_3=25;\ z_2=28;\ z_4=30,\ z_5=18;\ z_6=90$ für das Getriebe aus Bild 1 werden die kinematischen Wechselbeziehungen

$$\left.\begin{aligned} \omega_1 &= i^{3}_{1H_1}\cdot\omega_{H_1} + i^{H_1}_{14}\,\omega_4 ;\\ \omega_{H_1} &= \omega_4 = \omega_m ;\\ \omega_3 &= \omega_{H_2} = i^{6}_{H_2 4}\cdot\omega_4 ; \end{aligned}\right\} \Rightarrow \left\{\begin{aligned} \omega_1 &= \left(1 - i_{01} + \frac{i_{01}}{1-i_{02}}\right)\omega_m = +1{,}75\ \omega_m ;\\ \omega_H &= \omega_4 = \omega_m ;\\ \omega_3 &= \omega_{H_1} = \frac{1}{1-i_{02}}\,\omega_m = +0{,}25\ \omega_m ; \end{aligned}\right. \qquad (1)$$

$$i_{m1}=\frac{\omega_m}{\omega_1}=\frac{1-i_{02}}{(1-i_{01})(1-i_{02})+i_{01}}=+0,571 \quad (2)$$

erhalten,worin

$$i_{01}=i_{13}^{H1}=-\frac{z_3}{z_1}=-1 \text{ und } i_{02}=i_{46}^{H2}=-\frac{z_6}{z_4}=-3 \quad . \quad (3),(4)$$

2.2. Analyse der Drehmomente unter Vernachlässigung der Reibung und der Trägheitskräfte

Für die Vereinfachung der Berechnungen werden die Elemente der Teilgetriebe konventional mit demPlus - Zeichen (+) geken - nzeichnet.

Nach Isolierung der Teilgetriebe aus dem analysierten Ge - triebe gemäss Bild 2 und durch Aufschreiben der Gleichgewichts-gleichungen der Teile wird das Gleichungssystem (5) erhalten:

$$\begin{cases} M_1+M_3+M_{H1}=0 & \rightarrow \text{ für das Teilgetriebe I} \\ M_1 i_{01}+M_3=0 & \rightarrow \text{ invertiertes Teilgetriebe I } (H=0) \\ M_4+M_6+M_{H2}=0 & \rightarrow \text{ für das Teilgetriebe II} \\ M_4 \cdot i_{02}+M_6=0 & \rightarrow \text{ invertiertes Teilgetriebe II}(H'=0) \\ M_m-(M_{H1}+M_4)=0 & \rightarrow \text{ für die Welle } H=4=m \\ -M_3-M_{H2}=0 & \rightarrow \text{ für die Welle } H_1=3 . \end{cases} \quad (5)$$

Durch Lösen dieses Systems resultieren die Ausdrücke der Momente,die die Wellen und die Zahnräder des betrachteten Getriebes, bei Vernachlässigung von Reibung und Trägheitskräften, belasten:

$$\begin{cases} M_{H1}=\frac{(1-i_{01})(1-i_{02})}{(1-i_{01})(1-i_{02})+i_{01}}M_m=\frac{(1+1)(1+3)}{(1+1)(1+3)-1}M_m=+1,142\,M_m ; \\ M_3=\frac{i_{01}(1-i_{02})}{(1-i_{01})(1-i_{02})+i_{01}}M_m=\frac{-1(1+3)}{(1+1)(1+3)-1}M_m=-0,571\,M_m ; \\ M_4=\frac{i_{01}}{(1-i_{01})(1-i_{02})+i_{01}}M_m=\frac{-1}{(1+1)(1+3)-1}M_m=-0,143\,M_m ; \\ M_1=\frac{-(1-i_{02})}{(1-i_{01})(1-i_{02})+i_{01}}M_m=\frac{-(1+3)}{(1+1)(1+3)-1}M_m=-0,571\,M_m ; \\ M_{H2}=-M_3=+0,571\,M_m . \end{cases} \quad (6)$$

Die qwalitativen Ausdrücke dieser Momente bleiben die Gleichen auch im Fall der Berücksichtigung der Reibung,mit dem Unterschied, dass die Übersetzungen i_{oj} zu $\bar{i}_{oj}=i_{oj}\cdot\eta_{oj}^{x_j}$ [2],[3],[5] werden (s. System (1o)).

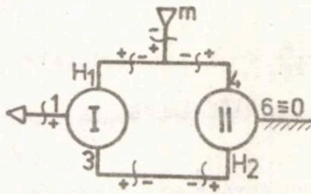


Bild 2

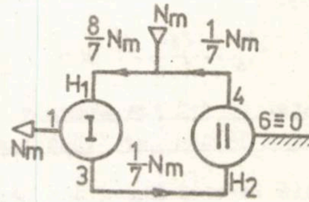


Bild 3

2.3. Analyse des Leistungsflusses

Obwohl die Kenntnis des theoretischen Leistungsflusses (ohne Reibung) keine direkte praktische Nützlichkeit hat, gibt sie uns ein informatives Bild über die Leistungsübertragung im Getriebe.

Die Gleichgewichtsbedingung der Leistungen am An- und Abtrieb berücksichtigend, genügt es für die Bestimmung des Leistungsflusses die einem Zentralelement eines einfachen Planetengetriebes entsprechende Leistung zu bestimmen.

Im analysierten Fall wird, zum Beispiel,die dem Zentralrad 4 des Teilgetriebes II entsprechende Leistung berechnent:

$$M_4\omega_4=\frac{i_{01}}{(1-i_{01})(1-i_{02})+i_{01}}\cdot M_m\omega_m=-\frac{1}{7}\,(M_m\omega_m)=-0{,}143\cdot N_m \qquad (7)$$

Da diese negativ ist, resultiert dass die Leistung des Rades 4 Antriebsleistung im Bezug auf das Teilgestriebe II ist (s.Bild 3).

Aus der Gleichgewichtsbedingung der Ein- und Ausgangsleistungen in den Knotenpunkten resultiert der in Bild 3 dargestellte Leistungsfluss; gemäss Bild 3 erscheint im analysierten Beispiel ein geschlossener Leistungsfluss gleich 1/7 Nm, wobei Nm die Antriebsleistung bezeichnet.

2.4. Analyse des Wirkungsgrades und der tatsächlichen Drehmomente

Durch Bewegungsinversion eines einfachen Planetengetriebes (Teilgetriebe) entsteht ein Standgetriebe. Das Aufschreiben der Gleichgewichtsgleichungen der Standgetriebeleistung,die von besonderer Wichtigkeit in der Dynamik ist, hängt vom Antriebsglied ab;

demnach resultiert im Falle des Teilgetriebes I aus Bild 1b:

$$M_1\omega_{1H_1}\eta_{01}^{x_1} + M_3\omega_{3H_1} = 0 \Rightarrow M_1 i_{01}\cdot\eta_{01}^{x_1} + M_3 = 0 \ ;$$
$$\eta_{01} = \eta_{13}^{H_1} \simeq \eta_{31}^{H_1} = 0{,}95 \ ; \ x_1 = \pm 1 \ . \qquad (7)$$

Der Exponent x_1 hat den Wert +1, wenn im Standgetriebe das Rad 1 Antriebsglied ist und den Wert -1, wenn das Rad 3 Antriebsglied ist.

Das positive Vorzeichen der Antriebsleistung kennend, $N_m = M_m\omega_m (M_m\omega_m > 0)$, und die Ergebnisse der kinematischen Analyse (s. Gln.(4)) und der statischen Analyse ohne Berücksichtigung der Reibung (s. Gln. (6)) in Betracht ziehend werden im Falle des vorliegenden Beispiels die Werte der Exponenten x_1 und x_2, entsprechend den Teilgetrieben I und II, derart erhalten:

$$\begin{cases} x_1 = \operatorname{sgn}\dfrac{M_1\omega_{1H_1}}{M_m\omega_m} = \operatorname{sgn}\dfrac{M_1}{M_m}\cdot\dfrac{\omega_1-\omega_{H_1}}{\omega_m} = \operatorname{sgn}[(-0{,}571)(1{,}75-1)] = -1 \ ; \\ x_2 = \operatorname{sgn}\dfrac{M_4\omega_{4H_2}}{M_m\omega_m} = \operatorname{sgn}\dfrac{M_4}{M_m}\cdot\dfrac{\omega_4-\omega_{H_2}}{\omega_m} = \operatorname{sgn}[(-0{,}143)(1-0{,}25)] = -1 \ . \end{cases} \qquad (8)$$

Demnach sind in den durch Bewegungsinversion der Teilgetriebe I und II resultierten Standgetriebe die Räder 1($M_1\omega_{1H_1} < 0$) und 4($M_4\omega_{4H_2} < 0$) Abtriebsräder, während die Gleichgewichtsgleichungen der Leistungen folgende Ausdrücke haben:

$$\begin{cases} M_1\omega_{1H_1}\cdot\eta_{01}^{-1} + M_3\omega_{3H_1} = 0 \Rightarrow M_1 i_{01}\eta_{01}^{-1} + M_3 = 0 \Rightarrow M_1\bar{i}_{01} + M_3 = 0 \ ; \\ M_4\omega_{4H_2}\cdot\eta_{02}^{-1} + M_6\omega_{6H_2} = 0 \Rightarrow M_4 i_{02}\cdot\eta_{02}^{-1} + M_6 = 0 \Rightarrow M_4\cdot\bar{i}_{02} + M_6 = 0 \ , \end{cases} \qquad (9)$$

worin

$$\bar{i}_{01} = i_{01}\cdot\eta_{01}^{x_1} = (-1)(0{,}95)^{-1} = -1{,}053 \ ;$$
$$\bar{i}_{02} = i_{02}\cdot\eta_{02}^{x_2} = (-3)(0{,}95)^{-1} = -3{,}158 \ .$$

Folglich, auch die Reibung berücksichtigend, werden in den Gleichungen 2 und 4 des Systems (5) die Übersetzungsverhältnisse i_{oj} mit $\bar{i}_{oj}$ ersetzt; implizite, haben die tatsächlichen Momente (mit Reibung) die gleichen Ausdrücke wie die theoretischen Momente (ohne Reibung) mit dem Unterschied dass die Übersetzungen i_{oj} zu $\bar{i}_{oj}$ werden. Dieser Festlegung gemäss resultiert dass die tatsächlichen Momente (mit Reibung) durch Ersetzen der Übersetzungen i_{o1} und i_{o2} mit $\bar{i}_{o1}$ und $\bar{i}_{o2}$ in den Gleichungen (6) erhalten werden:

$$\begin{cases} M^*_{H1} = \dfrac{(1-\bar{i}_{01})(1-\bar{i}_{02})}{(1-\bar{i}_{01})(1-\bar{i}_{02})+\bar{i}_{01}} \cdot M^*_m = \dfrac{(1+1,053)(1+3,158)}{(1+1,053)(1+3,158)-1,053} M^*_m = 1,140\ M^*_m ; \\ M^*_3 = \dfrac{\bar{i}_{01}(1-\bar{i}_{02})}{(1-\bar{i}_{01})(1-\bar{i}_{02})+\bar{i}_{01}} \cdot M^*_m = \dfrac{-1,053(1+3,158)}{(1+1,053)(1+3,158)-1,053} \cdot M^*_m = -0,585\ M^*_m ; \\ M^*_4 = \dfrac{\bar{i}_{01}}{(1-\bar{i}_{01})(1-\bar{i}_{02})+\bar{i}_{01}} \cdot M^*_m = \dfrac{-1,053}{(1+1,053)(1+3,158)-1,053} \cdot M^*_m = -0,141\ M^*_m ; \\ M^*_1 = \dfrac{-(1-\bar{i}_{02})}{(1-\bar{i}_{01})(1-\bar{i}_{02})+\bar{i}_{01}} M^*_m = \dfrac{-(1+3,158)}{(1+1,053)(1+3,158)-1,053} \cdot M^*_m = -0,556\ M^*_m ; \\ M^*_{H2} = -M^*_3 = +0,585\ M^*_m . \end{cases} \quad (10)$$

Um sie von den theoretischen Momenten (ohne Reibung) zu unterscheiden, wurden die tatsächlichen Momente (mit Reibung) mit Asteriskus gekennzeichnet.

Laut Definition hat der Wirkungsgrad den Ausdruck

$$\eta = \frac{N_{an}}{|N_{ab}|} = -\frac{N_1}{N_m} = -\frac{M^*_1\omega_1}{M^*_m\omega_m} = \frac{-M^*_1/M^*_m}{\omega_m/\omega_1} = \frac{\bar{i}_{m1}}{i_{m1}} , \quad (11)$$

in welchem gemäss System (10)

$$\bar{i}_{m1} = -\frac{M^*_1}{M^*_m} = \frac{1-\bar{i}_{02}}{(1-\bar{i}_{01})(1-\bar{i}_{02})+\bar{i}_{01}} = +0,556 \quad (12)$$

die Wandlung der Drehmomente ist, während gemäss Gln. (4)

$$i_{m1} = \frac{\omega_m}{\omega_1} = \frac{1-i_{02}}{(1-i_{01})(1-i_{02})+i_{01}} = +0,571 \quad (13)$$

das Übersetzungsverhältnis der Winkelgeschwindigkeiten darstellt.

Folglich,

$$\eta = \frac{N_{an}}{|N_{ab}|} = -\frac{N_1}{N_m} = \frac{\bar{i}_{m1}}{i_{m1}} = \frac{0,556}{0,571} = 0,972 . \quad (14)$$

3. Schlussfolgerungen

3.1. In der dynamischen Analyse der zusammengesetzten Planetengetriebe stellt die Bestimmung des Exponenten x_j, der den Richtungssinn des Leistungsflusses durch das nach Bewegunsinversion aus einem Teilgetriebe entstandene Standgetriebe definiert, ein zentrales Problem dar.

Die Art der Bestimmung dieses Exponenten bildet eigentlich das Hauptkennzeichen durch das sich die verschiedenen, in der Dynamik der zusammengesetzten Planetengetriebe verwendeten Methoden voneinander unterscheiden; im allgemeinen ist die Bestimmung des Exponenten x_j durch die aus der Literatur[1],[2],[3],[4],[5],[6],[7],[8] bekannten Methoden durch analytische und Interpretations-

schwierigkeiten charakterisiert oder unbequem und aufwendig.

3.2. Die in der Arbeit vorgeschlagene Variante für das dynamische Studium der zusammengesetzten Planetengetriebe bestimmt den Wert des Exponenten x_j auf Grund der Beziehung

$$x_j = sgn \frac{M_K \omega_{KH_j}}{M_m \omega_m} = \pm 1 \ ; \ M_m \omega_m = N_m > 0 \ , \qquad (15)$$

wobei die Ergebnisse der kinematischen Analyse und die der statischen Analyse ohne Berücksichtigung der Reibung verwendet werden.

In dieser Beziehung ist k ein Zentralrad eines Teilgetriebes "j", $M_K \omega_{KH_j}$ die diesem Rad (k) entsprechende Leistung in dem durch Bewegungsinversion aus dem Teilgetriebe "j" erhaltenen Standgetriebe und $M_m \omega_m$ die Antriebsleistung des zusammengesetzten Planetengetriebes (die immer positiv ist).

Infolgedessen resultiert der Wert des Exponenten x_j durch Ersetzen der Ausdrücke der Winkelgeschwindigkeiten und der Momente in Gleichung (15) mit den Ergebnissen der kinematischen Analyse und der statischen Analyse ohne Berücksichtigung der Reibung.

3.3. Obwohl die vorgeschlagene Variante, zum Unterschied von den bekannten Methoden, zusätzlich die statische Analyse ohne Berücksichtigung der Reibung verwendet, wird diese Tatsache dadurch ausgeglichen, dass die erhaltenen Ausdrücke direkt in der Analyse der Momente mit Berücksichtigung der Reibung durch Ersetzen der Ubersetzungen i_{oj} mit $\bar{i}_{oj}$ andwendbar sind.

4. Literaturhinweise

[1] BUGAJEWSKI,E. Dinamische Untersuhung einste_giger Umflaufrädergetriebe.In: Antriebstechnik,1972,nr.8,pag.297-3o5.

[2] DUDITA,FL., DIACONESCU,D. Curs de mecanisme,Cinematica-Dinamica, Universitatea din Braşov,1983.

[3] KREINES,M.A., ROZOVSKI,M.C. Zubciatîie mehanizmî. Izd.moscovscogo. Universiteta,1965.

[4] LOOMAN,IOHANNES. Zahnradgetriebe, Springer-Verlag, Berlin,197o.

[5] MILOIU,GH.,DUDITA,FL.,DIACONESCU,D. Transmisii mecanice moderne.Ed.tehnică,Bucureşti,1981.

[6] STRAUCH,N. Theorie und Praxis der Planetengetriebe, Krausskopf-Verlag,197o.

[7] SABANOV,K.D. Zamknutîie diferenţialnîe peredaci, Izd Masinostroienie, Moskva,1972.

[8] V.D.I. 2157/1975 Planetengetriebe.

[9] Manualul inginerului mecanic.Mecanisme,Organe de Maşini,Dinamica maşinilor. Editura tehnică,Bucureşti,1981.

DIACONESCU, D., MUNTEANU, O.

ASPECTE DINAMICE ALE MECANISMELOR PLANETARE

Rezumat

In analiza dinamică a mecanismelor planetare complexe, stabilirea exponentului x, care defineşte sensul de circulaţie al puterii prin mecanismul cu axe fixe rezultat dintr-o unitate planetară prin inversiunea mişcării, constituie o problemă centrală. Modul de stabilire a acestui exponent constituie caracteristica principală prin care se deosebesc între ele diversele metode utilizate în dinamica mecanismelor planetare complexe.
In această lucrare se propune o nouă variantă de analiză dinamică a mecanismelor planetare. Varianta propusă stabileşte valoarea exponentului x pe baza relaţiei $x = sgn(M_K \omega_{KH} / M_m \omega_m) = \pm 1, M_m \omega_m > 0$, utilizînd rezultatele analizei cinematice şi analizei statice, fără frecare.

DYNAMISCHE ASPEKTE DER PLANETENGETRIEBE

Zusammenfassung

In der dynamischen Analyse der zusammengesetzten, Planetengetriebe stellt die Bestimmung des Exponenten x, der den Richtungssinn des Leistungsflusses durch das nach Bewegungsinversion aus einem Teilgetriebe entstandene Standgetriebe definiert, ein zentrales Problem dar. Die Art der Bestimmung dieses Exponenten bildet eingentlich das Hauptkennzeichen durch das sich die verschiedenen, in der Dynamik der zusammengesetzten Planetengetriebe verwendeten Methoden voneinander unterschieden. In dieser Arbeit wird eine neue Variante der dynamischen Analyse der Planetengetriebe vorgeschlagen. Die vorgeschlagene Variante bestimmt den Wert des Exponenten x auf Grund der Beziehung $x = sgn(M_K \omega_{KH} / M_m \omega_m) = \pm 1; M_m \omega_m > 0$, wobei die Ergebnisse der kinematischen Analyse und die der statischen Analyse ohne Berücksichtigung der Reibung verwendet werden.

DURCH ZUSAMMENSETZUNG VON EINFACHEN PLANETENGETRIEBEN MIT EINEM SCHALTGETRIEBE GEBILDETE RAUPENFAHRZEUGLENKUNGEN. EIGENSCHAFTEN.

Dr.Ing. Dorin Diaconescu, Oberassistent, Universität Braşov;
Dr.Ing. Aurel Jula, Dozent, Universität Braşov.

1. Einführung

Die Steigerung der Wendigkeit der Raupenfahrzeuge bei Kurvenfahrt setzt die Anwendung von Lenkgetrieben, die die Ausführung einer erhöhten Anzahl von Wendekreishalbmessern gewähren, voraus. Die Erfüllung dieses Desiderats stellt ein Hauptproblem beim Entwurf von Sonderraupenfahrzeugen dar.

Zu den Lenkgetrieben, die eine erhöhte Anzahl von Wendekreishalbmessern ausführen, werden auch die mit Schaltgetrieben kombi - nierten Planetengetriebe gezählt (Bilder 1,2 und 3).

In der Arbeit werden strukturelle, kinematische, statische und dynamische Analyse eines vertretenden Beispiels dieser Getriebekategorie (Bild 1) dur chgeführt, wonach auf Grund der Ergebnisse der Analyse die Haupteigenschaften dieser Lenkgetriebegruppe festgesetzt werden.

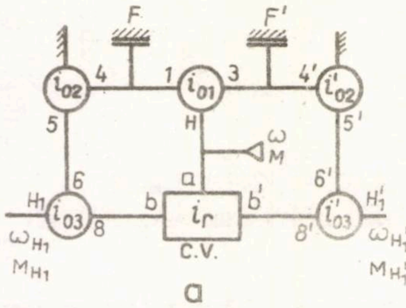
Die erhaltenen Gleichungen und Schlussfolgerungen sind bei der Konstruktion dieser Getriebe dienlich.

2. Strukturelle und kinematische Analyse

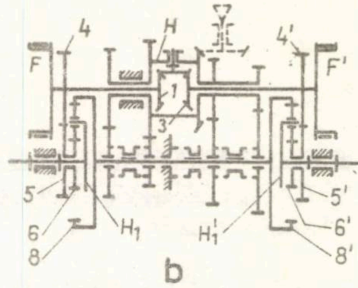
Gemäss Bild 1, a und b, wurde das als Beispiel betrachtete Lenkgetriebe durch Zusammensetzung von drei einfachen Planetengetrieben mit zwei Freiheitsgraden, zwei Standzahnräderpaaren und einem Standschaltgetriebe erhalten; da die Zusammensetzung durch L_c = 7 Bidungen ausgeführt wurde, hat das erhaltene Getriebe den Freiheitsgrad zwei

$$M = \Sigma M_j - L_C = (3 \cdot 2 + 2 \cdot 1 + 1) - 7 = 2.$$

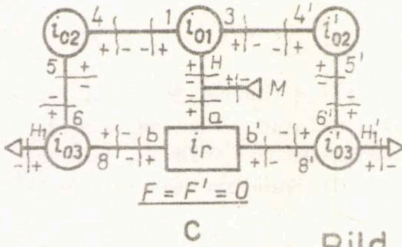
Bei geradliniger Fahrt, wenn die Widerstandsmomente M_{H1} und $M_{H'1}$ gleich sind läuft das Getriebe kinematisch wie ein zwangsläufiges Getriebe, weil sich das Teilgetriebe 1-3-H als ein einheit-



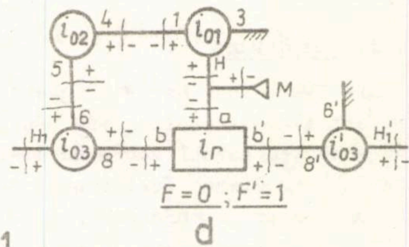
a



b

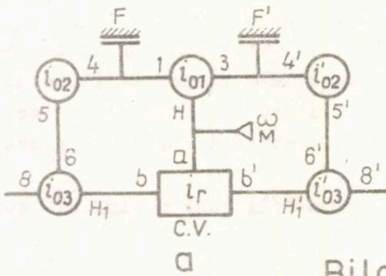


c

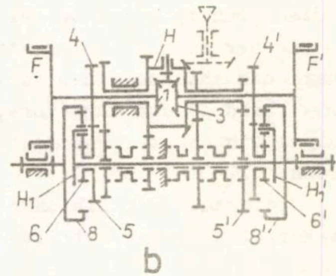


d

Bild 1

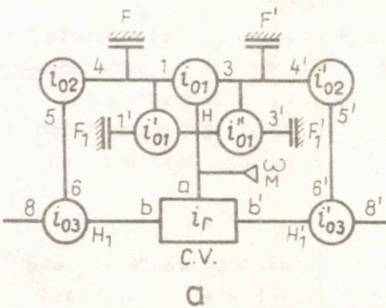


a

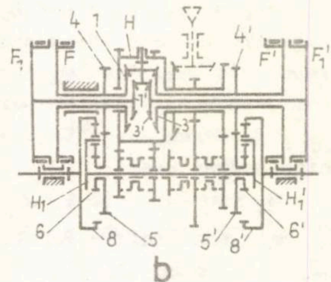


b

Bild 2



a



b

Bild 3

liches Ganzes dreht.

Die Kurvenfahrt wird durch Umwandlung des Getriebes mit zwei Freiheitsgraden in ein zwangsläufiges Getriebe bei Betätigung der Bremse F oder F' realisiert; die Betätigung der Bremse F' gestattet die Rechtsdrehung, während durch Betätigung der Bremse F die Linksdrehung ausgeführt wird. Folglich arbeitet das Lenkgetriebe bei Kurvenfahrt wie ein zwangsläufiges Getriebe mit einem Antrieb und zwei Abtrieben. Mit dem Freiheitsgrad M = 1 und L = 3 An- und Abtrieben, resultiert dass das Getriebe eine ungebundene Bewegung (ω) und zwei unabhängige Momente (M_{H1} und $M_{H'1}$) hat. Zwecks Vereinfachung der Analyse wird ein Moment in Abhängigkeit des anderen, durch einen Faktor ν, Belastungsfaktor benannt [1], welcher derart definiert wird, dass er untereinheitlich ist ($-1 \leq \nu \leq 1$), ausgedrückt.

Durch Aufschreiben der Übertragungsfunktionen der zusammen - setzenden Teilgetriebe und der den sieben Bindungen entsprechenden Gleichungen erhält man ein Gleichungssystem, nach dessen Lösung die Ausdrücke der Winkelgeschwindigkeiten aller Elemente resultieren; diese Beziehungen sind anhand eines Zahlenbeispiels, einen reellen Fall darstellend, in Tafel 1 systematisiert.

Diese Beziehungen gestatten die Festlegung der Ausdrücke des Wendekreishalbmessers für jede unterschiedliche Wendesituation; gemäss dieser Ausdrücke fällt die Anzahl der unterschiedlichen Wendekreishalbmesser mit der Anzahl der Stufen des Schaltgetriebes zusammen.

3. Statische Analyse "ohne Reibung"

In Übereinstimmung mit [3], stellt die Analyse der Momente - in der Voraussetzung der Vernachlässigung der Reibung - eine notwendige Etappe bei der Bestimmung der für die Einzelteilberechnung verwendeten Momente "mit Reibung", dar.

Durch Schreiben der statischen Gleichgewichtsgleichungen [2] der das Lenketriebe bildenden Teilgetriebe und der Gleichgewichtsgleichungen der Verbindungswellen (Bild 1, c und d) erhält man ein System, durch dessen Lösung die Ausdrücke der Momente "ohne Reibung" der Getriebeelemente resultieren; diese Ausdrücke sind anhand eines Zahlenbeispiels, einen reellen Fall darstellend, in Tafel 1 systematisiert.

Tabelle 1

ANALYSE DES PLANETENLENKGETRIEBES AUS BILD 1

	Laufsituationen des Planetenlenkgetriebes aus Bild 1		
	⟹ geradlinige Fahrt	⟹ Rechtsdrehung	⟹ Linksdrehung
Kinematische Analyse, Bestimmung des Wendekreis-halbmessers	$\omega_H=\omega_1=\omega_3=\omega_a=\omega_4=\omega_{4'}=\omega$; $\omega_5=\omega_6=\frac{1}{i_{02}}\cdot\omega=-\omega$; $\omega_{5'}=\omega_{6'}=\frac{1}{i'_{02}}\cdot\omega=-\omega$; $\omega_8=\omega_{8'}=\omega_b=\omega_{b'}=\frac{1}{i_r}\omega$; $\omega_{H_1}=\frac{1}{1-i_{03}}\left(\frac{1}{i_{02}}-\frac{i_{03}}{i_r}\right)\omega=\frac{2-\varepsilon}{-4\varepsilon}\omega$; $\omega_{H'_1}=\frac{1}{1-i'_{03}}\left(\frac{1}{i'_{02}}-\frac{i'_{03}}{i_r}\right)\omega=\frac{2-\varepsilon}{-4\varepsilon}\omega$; $\omega_{H_1}=\omega_{H'_1}\Rightarrow\rho=1$, $R=0{,}5\,B\,\frac{1+\rho}{1-\rho}=\infty$	$\omega_H=\omega_a=\omega$, $\omega_3=\omega_{6'}=0$, $\omega_1=\omega_4=(1-i_{01})\omega=2\omega$, $\omega_5=\omega_6=\frac{1-i_{01}}{i_{02}}\omega=-2\omega$; $\omega_b=\omega_{b'}=\omega_8=\omega_{8'}=\frac{1}{i_r}\omega$; $\omega_{H_1}=\frac{1}{1-i_{03}}\left(\frac{1-i_{01}}{i_{02}}-\frac{i_{03}}{i_r}\right)\omega=\frac{-1}{2\varepsilon}\omega$; $\omega_{H'_1}=\frac{i'_{03}}{(i'_{03}-1)i_r}\omega=\frac{1}{2}\;\frac{1-\varepsilon}{\varepsilon}\cdot\omega$; $\rho=\frac{\omega_{H'_1}}{\omega_{H_1}}=\frac{i_{HH_1}}{i_{HH'_1}}=1-\varepsilon\Rightarrow 0\leq\rho\leq 1$; $R=0{,}5\cdot B\,\frac{1+\rho}{1-\rho}=0{,}5\cdot B\left(\frac{2}{\varepsilon}-1\right)$;	$\omega_H=\omega_a=\omega$, $\omega_1=\omega_6=0$; $\omega_3=\omega_{4'}=\frac{i_{01}-1}{i_{01}}\omega=2\omega$; $\omega_{5'}=\omega_{6'}=\frac{i_{01}-1}{i_{01}i'_{02}}\omega=-2\omega$; $\omega_b=\omega_{b'}=\omega_8=\omega_{8'}=\frac{1}{i_r}\omega$; $\omega_{H_1}=\frac{i_{03}}{(i_{03}-1)i_r}\omega=\frac{-1}{2}\;\frac{1-\varepsilon}{\varepsilon}\cdot\omega$; $\omega_{H'_1}=\frac{1}{1-i'_{03}}\left(\frac{i_{01}-1}{i_{01}i'_{02}}-\frac{i'_{03}}{i_r}\right)\omega=\frac{-1}{2\varepsilon}\omega$; $\rho=\frac{\omega_{H_1}}{\omega_{H'_1}}=\frac{i_{HH'_1}}{i_{HH_1}}=1-\varepsilon\Rightarrow 0\leq\rho\leq 1$; $R=0{,}5\,B\,\frac{1+\rho}{1-\rho}=0{,}5\,B\left(\frac{2}{\varepsilon}-1\right)$.
Statische Analyse unter Voraussetzung der Vernachlässigung der Reibung	$M_4=-M_1=\frac{1}{1-i_{01}}M_H=+\frac{1}{2}M_H$; $M_{4'}=-M_3=\frac{-i_{01}}{1-i_{01}}M_H=\frac{1}{2}M_H$; $M_6=-M_5=\frac{i_{02}}{1-i_{01}}M_H=\frac{-1}{2}M_H$, $M_{6'}=-M_{5'}=\frac{-i_{01}i'_{02}}{1-i_{01}}M_H=\frac{-1}{2}M_H$; $M_8=-M_b=\frac{-i_{02}i_{03}}{1-i_{01}}M_H=-\frac{3}{2}M_H$; $M_{8'}=-M_{b'}=\frac{i_{01}i'_{02}i'_{03}}{1-i_{01}}M_H=\frac{-3}{2}M_H$; $M_a=\frac{1}{i_r}(M_8+M_{8'})$; $M_{H_1}=\frac{-i_{02}(1-i_{03})}{1-i_{01}}M_H=2M_H$; $M_{H'_1}=\frac{i_{01}i'_{02}(1-i'_{03})}{1-i_{01}}M_H=2M_H$; $M=\left[1+\frac{i_{01}i'_{02}i'_{03}-i_{02}i_{03}}{i_r(1-i_{01})}\right]M_H=\frac{2-\varepsilon}{\varepsilon}M_H$	$M_4=-M_1=\frac{+1}{1-i_{01}}M_H=\frac{+1}{2}M_H$; $M_3=\frac{i_{01}}{1-i_{01}}M_H=-\frac{1}{2}M_H$; $M_6=-M_5=\frac{+i_{02}}{1-i_{01}}M_H=\frac{-1}{2}M_H$; $M_{H_1}=\frac{-i_{02}(1-i_{03})}{1-i_{01}}M_H=2M_H$; $M_{H'_1}=\vartheta\cdot M_{H_1}$, [1] ; $M_8=-M_b=\frac{-i_{02}i_{03}}{1-i_{01}}M_H=-\frac{3}{2}M_H$; $M_{8'}=-M_{b'}=\frac{-i_{02}i'_{03}(1-i_{03})}{(1-i_{01})(1-i'_{03})}\vartheta\cdot M_H=$ $=-\frac{3}{2}\vartheta\cdot M_H$; $M_a=(M_8+M_{8'})\cdot\frac{1}{i_r}$, $M=\left[1-\frac{i_{02}i_{03}}{i_r(1-i_{01})}-\vartheta\frac{i_{02}i'_{03}(1-i_{03})}{i_r(1-i_{01})(1-i'_{03})}\right]M_H=$ $=\frac{1+\vartheta(1-\varepsilon)}{\varepsilon}M_H$	$M_{4'}=-M_3=\frac{-i_{01}}{1-i_{01}}M_H=\frac{1}{2}M_H$, $M_1=\frac{-1}{1-i_{01}}M_H=-\frac{1}{2}M_H$, $M_{6'}=-M_{5'}=\frac{-i'_{02}i_{01}}{1-i_{01}}M_H=\frac{-1}{2}M_H$; $M_{H'_1}=\frac{i_{01}i'_{02}(1-i'_{03})}{1-i_{01}}M_H=2M_H$; $M_{H_1}=\vartheta\,M_{H'_1}$, [1] , $M_{8'}=-M_{b'}=\frac{i_{01}i'_{02}i'_{03}}{1-i_{01}}M_H=-\frac{3}{2}M_H$; $M_8=-M_b=\frac{i_{01}i'_{02}i_{03}(1-i'_{03})}{(1-i_{01})(1-i_{03})}\vartheta\,M_H=$ $=-\frac{3}{2}\vartheta\,M_H$; $M_a=(M_8+M_{8'})\frac{1}{i_r}$; $M=\left[1+\frac{i_{01}i'_{02}i'_{03}}{i_r(1-i_{01})}+\vartheta\frac{i_{01}i'_{02}i_{03}(1-i'_{03})}{i_r(1-i_{01})(1-i_{03})}\right]M_H$ $=\frac{1+\vartheta(1-\varepsilon)}{\varepsilon}M_H$

Analyse des Leistungsflusses	$N_H = M_H\omega_H = \frac{c}{2-c} M\omega$; $0 < \frac{N_H}{N} \leq 1$; $N_a = M_a\omega_a = \frac{2(1-c)}{2-c} M\omega$; $0 \leq \frac{N_a}{N} < 1$; $N_4 = N_4' = \frac{1}{2} N_H$. $N_B = N_{B'} = \frac{1}{2} N_a$; $N_{H_1} = N_{H_1'} = \frac{-1}{2} M\omega = \frac{-1}{2} N$.	$N_H = M_H\omega_H = \frac{c}{1+\nu(1-c)} M\omega$; $N_B = M_B\omega_B = \frac{1-c}{1+\nu(1-c)} M\omega$; $N_{H_1} = M_{H_1}\omega_{H_1} = \frac{-1}{1+\nu(1-c)} M\omega$; $N_{H_1'} = M_{H_1'}\omega_{H_1'} = \frac{-\nu(1-c)}{1+\nu(1-c)} M\omega$. $0 \leq \nu \leq 1$ — $-1 \leq \nu \leq 0$	$N_H = M_H\omega_H = \frac{c}{1+\nu(1-c)} M\omega$, $N_{B'} = M_{B'}\omega_{B'} = \frac{1-c}{1+\nu(1-c)} M\omega$; $N_{H_1'} = M_{H_1'}\omega_{H_1'} = \frac{-1}{1+\nu(1-c)} M\omega$; $N_{H_1} = M_{H_1}\omega_{H_1} = \frac{-\nu(1-c)}{1+\nu(1-c)} M\omega$. $0 \leq \nu \leq 1$ — $-1 \leq \nu \leq 0$
Statische Analyse, mit Reibung" und Analyse des Wirkungsgrades	Unter Voraussetzung der Berücksichtigung der Reibung werden die Ausdrücke der Momente durch Ersetzen der übersetzungen $i_{01}, i_{02}, i'_{02}, i_{03}, i'_{03}$ und i_r mit $\bar{i}_{01}, \bar{i}_{02}, \bar{i}'_{02}, \bar{i}_{03}, \bar{i}'_{03}$ und $\bar{i}_r$: $\bar{i}_{01} = i_{01}\eta_{01}^{x_1}$; $\bar{i}_{02} = i_{02}\eta_{02}^{x_2}$; $\bar{i}'_{02} = i'_{02}\eta_{02}^{x'_2}$; $\bar{i}_{03} = i_{03}\eta_{03}^{x_3}$; $\bar{i}'_{03} = i'_{03}\eta_{03}^{x'_3}$; $\bar{i}_r = i_r\eta_{0r}^{x_r}$; $x_1, x_2, x'_2, x_3, x'_3, x_r = \pm 1$, in den oben angeführten Gleichungen erhalten, $x_1 = \operatorname{sgn}\frac{M_1(\omega_1-\omega_H)}{M\omega}$, $x_2 = \operatorname{sgn}\frac{M_4\omega_4}{M\omega}$; $x'_2 = \operatorname{sgn}\frac{M'_4\omega'_4}{M\omega}$; $x_3 = \operatorname{sgn}\frac{M_6(\omega_6-\omega_{H_1})}{M\omega}$; $x'_3 = \operatorname{sgn}\frac{M'_6(\omega'_6-\omega_{H_1'})}{M\omega}$; $x_r = \operatorname{sgn}\frac{M_a\omega_a}{M\omega}$		
	$\eta = \frac{-M_{H_1}\omega_{H_1} - M_{H_1'}\omega_{H_1'}}{M\omega} = \frac{\bar{i}_{HH_1}}{i_{HH_1}} - \frac{\bar{i}_{HH_1'}}{i_{HH_1'}}$.	$\eta(\nu>0) = \frac{-M_{H_1}\omega_{H_1} - M_{H_1'}\omega_{H_1'}}{M\omega} = \frac{\bar{i}_{HH_1}}{i_{HH_1}} + \frac{\bar{i}_{HH_1'}}{i_{HH_1'}}$; $\eta(\nu<0) = \frac{-M_{H_1}\omega_{H_1}}{M\omega + M_{H_1'}\omega_{H_1'}} = \frac{\bar{i}_{HH_1}/i_{HH_1}}{1+\bar{i}_{HH_1'}/i_{HH_1'}}$.	$\eta(\nu>0) = \frac{\bar{i}_{HH_1}}{i_{HH_1}} + \frac{\bar{i}_{HH_1'}}{i_{HH_1'}}$; $\eta(\nu<0) = \frac{-M_{H_1'}\omega_{H_1'}}{M\omega + M_{H_1'}\omega_{H_1'}} = \frac{\bar{i}_{HH_1'}/i_{HH_1'}}{1+\bar{i}_{HH_1}/i_{HH_1}}$.
Bezeichnungen	$i_{01} = i_{13}^{H} = -\frac{z_3}{z_1} = -1$; $i_{02} = i_{45} = \frac{-z_5}{z_4} = -1$; $i'_{02} = i_{4'5'} = -1$; $i_{03} = i_{68}^{H_1} = \frac{-z_8}{z_6} = -3$; $i'_{03} = i_{6'8'}^{H_1'} = \frac{-z_{8'}}{z_{6'}} = -3$; $i_r = i_{ab} = i_{ab'}$; $i_r > 0$; $c = \left(1 - \frac{3}{2 i_r}\right)^{-1}$, $0 < c \leq 1$; R-Wendekreishalbmesser, B-Spurweite, ρ-Wendefaktor ; ν-Belastungsfaktor, $-1 \leq \nu \leq 1$; $N_y = M_y\omega_y$ - Leistung des Elementes y ; $i_{yz} = \omega_y/\omega_z$; $\bar{i}_{yz} = -M_z/M_y$; η_{0j} - Wirkungsgrad des dem einfachen Planetengetriebe 'j' assoziirten Standgetriebe, F, F' = 0 - die Bremsen F, F' sind ausgeschaltet ; F, F' = 1 - die Bremsen F, F' sind eingeschaltet .		

4. Analyse des Leistungsflusses

Die Festlegung des Leistungsflusses wird mit Hilfe der in den vorhergehenden Etappen erhaltenen Beziehungen für Geschwindigkeiten und Momente ausgeführt.

Die Analyse des Leistungsflußes mit vereinfachter Darstellung der Energieflüsse ist in Tafel 1 systematisiert.

Aus der Analyse des theoretischen Leistungsflusses resultiert dass:

- sich der Energiefluss bei geradliniger Fahrt gleichförmig auf die zwei Raupen verteilt, während die Belastung der Lenkgetriebeelemente symmetrisch und vom Schaltgetriebeübersetzungsverhältnis abhängig ist,
- bei Kurvenfahrt die Verteilung des Energieflusses vom Wert des Belastungsfaktors ϑ bestimmt wird; für $0 \leq \vartheta \leq 1$ wird der Energiefluss auf beide Raupen verteilt, wobei die vorgerückte Raupe höher belastet wird, während für $-1 \leq \vartheta \leq 0$ der Energiefluss vom Motor zur vorgerückten Raupe gerichtet wird und die zurückgebliebene Raupe gezogen (geschleppt) wird; in diesem Fall tritt ein geschlossener Leistungsfluss zwischen den Raupen und dem Boden auf, wobei die gezogene Raupe treibend im Bezug auf das Fahrzeug ist (s.Schemas in Tabelle 1).

5. Statische Analyse "mit Reibung" und Analyse des Wirkungsgrades

Die für die Einzelteilberechnung notwendigen Momente "mit Reibung", werden aus den Ausdrücken der Momente "ohne Reibung", in denen die Übersetzungen $i_{o1}, i_{o2}, i'_{o2}, i_{o3}, i'_{o3}$ und i_r durch die Übersetzungen

$$\bar{i}_{01} = i_{01}\eta_{01}^{x_1}\ ;\ \bar{i}_{02} = i_{02}\eta_{02}^{x_2}\ ;\ \bar{i}'_{02} = i'_{02}\eta_{02}^{x'_2}\ ;\ \bar{i}_{03} = i_{03}\eta_{03}^{x_3}\ ;$$
$$\bar{i}'_{03} = i'_{03}\cdot\eta_{03}^{x'_3}$$

und $i_r = i_r\,\eta_r^{x_r}$ ersetzt werden, erhalten, worin die Exponenten $x_1, x_2, x'_2 \ldots x_r$ auf Grund der, in Tafel 1 [2] systematisierten Beziehungen bestimmte, Werte von ± 1 einnehmen.

Die den An- und Abtrieben des Lenkgetriebes entsprechenden Vorzeichen der Leistung berücksichtigend, resultieren für den Wirkungsgrad des Lenkgetriebes die in Tafel 1 systematisierten Ausdrücke.

6. Schlussfolgerungen

1. In der Arbeit wurde - anhand eines vertretbaren Beispiels-

ein Analysemodell für durch Zusammensetzung von Planeten- und Schaltgetrieben entstandenen Lenkgetrieben dargestellt. Auf Grund dieses Modells können die Berechnungsbeziehungen und die ents - prechenden Schlussfolgerungen für jedes Getriebe dieser Gruppe (s.Bilder 2 und 3) festgesetzt werden.

2. Die für das analysierte Beispiel erhaltenen und in der Tafel 1 systematisierten Beziehungen sind bei Konstruktionsberechnungen der Lenkgetriebe nützlich.

3. Die Eigenschaften, die aus der ausgeführten Analyse hervorgehen, ermöglichen die vergleichende Analyse mit anderen Lenkgetrieben zwecks deren Optimierung.

4. Von den charakteristischen Eigenschaften dieser Lenkgetriebegruppe heben sich folgende hervor:

- Bei geradliniger Fahrt sind die Widerstandsmomente der Raupen gleich, während die Verteilung des Energieflusses auf die Elemente des Lenkgetriebes von der Übersetzung des Schaltgetriebes abhängt;

- Bei Kurvenfahrt hängen die Verteilung des Energieflusses und, einbegriffen, die Belastungen der Elemente von der Übersetzung des Schaltgetriebes und vom Belastungsfaktor ν ab; in Abhängigkeit von den Werten des Faktors ν können Situationen auftreten, in denen sich zwischen Raupen und Boden ein geschlossener Leistungsfluss bildet;

- Durch Anwendung des Schaltgetriebes als Bestandteil des Lenkgetriebes, wird die Anzahl der unterschiedlichen Wendekreishalbmesser gleich der Anzahl der Übersetzungen des Schaltge - triebes; auf dieser Art erhält man aine Lösung für die Steigerung der Wendigkeit der Raupenfahrzeuge.

7. Literaturhinweise

[1] DIACONESCU,D., JULA,A. Modelul teoretic al virării tractoarelor pe şenile.Buletinul Universităţii din Braşov,seria A, vol.XXIV,1982.

[2] DIACONESCU,D., JULA,A. Circulaţia teoretică şi reală a puterii în mecanismele planetare ale autovehiculelor pe şenile.Buletinul Universităţii din Braşov,Seria A,vol.XX , 1978, p.83-88.

[3] DIACONESCU,D., MUNTEANU,O. Aspecte dinamice ale mecanismelor planetare.Buletinul Universităţii din Braşov,seria A,vol. XXV, 1983.

DIACONESCU,D., JULA,A.

MECANISME DE DIRECTIE, UTILIZATE LA AUTOVEHICULE PE SENILE, FORMATE PRIN AGREGAREA DE UNITATI PLANETARE CU O CUTIE DE VITEZE. PROPRIETATI

Rezumat

In lucrare se efectuează, pe un exemplu reprezentativ,analiza structurală,cinematică,statică şi dinamică a mecanismelor de direcţie combinate cu cutii de viteze. Rezultatele sînt sistematizate tabelar,în vederea utilizării lor în calculul de proiectare. Se stabilesc, de asemenea, proprietăţile definitorii ale acestei grupe de mecanisme, proprietăţi care permit analiza comparativă cu alte tipuri de mecanisme de direcţie.

DURCH ZUSAMMENSETZUNG VON EINFACHEN PLANETENGETRIEBEN MIT EINEM SCHALTGETRIEBE GEBILDETE RAUPENFAHRZEUGLENKUNGEN. EIGENSCHAFTEN

Zusammenfassung

In der Arbeit werden anhand eines vertretbaren Beispiels strukturelle, kinematische, statische und dynamische Analyse der mit Schaltgetrieben kombinierten Lenkgetrieben ausgeführt. Die Ergebnisse sind, in Anbetracht ihrer Verwendung bei der Konstruktionsberechnung,in Tabellenform systematisiert. Es werden, ebenfalls,die bestimmenden Eigenschaften dieser Getriebegruppe festgesetzt, wodurch die vergleichende Analyse mit anderen Lenkgetriebebauarten ermöglicht wird.

NOMOGRAMMES POUR L'ÉTUDE DES COUPLAGES À FRICTION MULTIDISQUE COUPLÉS SOUS CHARGE

Ing. Ioan Achiriloaie, lecteur à l'Université de Braşov;
Ing. Gheorghe Mogan, assistant à l'Université de Braşov.

Notations utilisées

F_c - la force d'appuie du couplage;

$M_{tot\ n}$ - le moment de torsion transmis par un couplage à n paires de disques;

n - le nombre des paires de disques;

r_e, r_i - les rayons - extérieures et intérieures-des surfaces de frottement;

R_e, R_i - les rayons moyennes des cannélures extérieures, respectivement intérieures;

x_p, x_v - l'indice de variation du coefficient de frottement dynamique avec la pression, respectivement avec la vitesse relative;

μ, μ_c - le coefficient de frottement dynamique sur les surfaces actives, respectivement le coefficient de frottement dans les cannelures.

L'utilisation des relations générales de calcul des couplages à friction multidisque couplés sous charge [1] est souvent difficile, même sous une forme simplifiée [2], à cause de nombreux paramètres que les expressions contiennent, apres avoir explicité tous les termes. De plus, l'influence du choix de certains paramètres sur la capacité de moment du couplage n'apparait pas d'une manière tout à fait évident, ce qui rend difficile la mission de l'ingénieur de conception.

Pour éliminer ces inconvénients, nous illustrons en ce qui suit l'élaboration d'une nomogramme de calcul, mentionnant que ce n'est que l'une des variantes possibles et qu'elle a été élaborée spécialement pour l'avantage qu'elle présente, et notamment celui de mettre en évidence l'influence de certains paramètres vis-à-vis desquels l'ingénieur doit exprimer son option dès le début de la conception de la construction.

On détermine au commencement l'influence exercée par les indices de variation du coefficient de frottement dynamique avec la vitesse et la pression, x_v respectivement x_p. On a considéré deux situations, I et II, traçant pour chacune, sur la figure 1, trois courbes de la variation du moment de torsion, avec le nombre de disques[*)].

Ainsi, les courbes A présentent la variation du moment de torsion, avec le nombre de disques, dans le cas où l'on tient compte de l'existence de la variation du coefficient de frottement dynamique avec la pression (l'indice $x_p \neq 0$), ainsi qu'avec la vitese ($x_v \neq 0$); les courbes B concernent la situation dans laquelle la variation du coefficient de frottement avec la pression est négligée ($x_p=0$) et les courbes C illustrent le cas l'on néglije la variation du coefficient de frottement avec la pression ($x_p=0$), ainsi qu'avec la vitesse ($x_v=0$).

Fig.1

On remarque que l'omission des indices x_p et x_v mène à un moment capable calculé plus petit que celui determiné dans le cas où l'on tient compte de ces indices. C'est-à-dire, l'omission de ces indices mène à un surdimensionnement ayant pourtant des valeurs très petites (1.62% pour la situation I respectivement 0,77% pour la situation II); de toutes façons la situation est avantageuse car en réalité le couplage sera capable de transmettre un moment de torsion un peu plus grand que celui sur lequel on a compté à la conception du projet, lorsqu'on a négligé-pour simplifier l'analyse - les indices x_v et x_p.

Le fait que, par la prise en considération des indices x_v et x_p, le moment capable calculé augmente, s'explique par l'influence que l'augmentation du coefficient de frottement dynamique avec la diminution de la vitesse ou de la pression (par rapport à la valeur asymptotique que représente le coefficient de frottement dynamique pris d'habitude en calcul [3]); c'est-à-dire on inclus, dans la valeur du moment, par les indices x_v et x_p, l'apport dû à ces augmentations du coefficient de frottement.

De toute maniere, la variation du moment de torsion capable,

---

*) Vu qu'il s'agit d'une analyse comparative, on a maintenu constants les autres paramètres, en ne modifiant que x_v et x_p.

qui est dû à l'introduction de ces indices, peut être négligé pour l'analyse qui suit[*] étant, comme on l'a déjà montré, très petit.

Partant de la relation [2].

$$M_{totn} = \mu F_c A \frac{1+D}{1+B} \frac{(DE)^n - 1}{DE - 1}, \qquad (1)$$

on va essayer une explicitation de l'influence des paramètres fonctionnels et constructifs. Dans ce but, la relation est amenée à la forme:

$$n \log(DE) = \log\left[\frac{M_{totn}}{\mu F_c A} \frac{(1+B)(DE-1)}{1+D} + 1\right]. \qquad (2)$$

En nottant

$$Y = \log\left[\frac{M_{totn}}{\mu F_c A} \frac{(1+B)(DE-1)}{1+D} + 1\right], \qquad (3)$$

la relation (2) peut être écrite plus simplement

$$Y = n \log(DE). \qquad (4)$$

Si on tient compte des significations des notations, le produit DE peut être écrite aussi:

$$DE = \frac{1-C}{1+C} \frac{1-B}{1+B} = \frac{1-\mu\mu_c \frac{A}{R_i}}{1+\mu\mu_c \frac{A}{R_i}} \frac{1-\mu\mu_c \frac{A}{R_e}}{1+\mu\mu_c \frac{A}{R_e}}. \qquad (5)$$

Comme on peut le remarquer, dans l'expression précédente interviennent les éléments géométriques (A, R_i, R_e) et fonctionnels, ceux-ci sous la forme du produit $\mu\mu_c$. Prenant ce produit en tant que paramètre, on peut tracer un faisceau harmonique conformément à la relation (4). Employant les valeurs usuelles des coefficients de frottements, le produit $\mu\mu_c$ a été pris en considération dans le domaine [o,oo5; o,1].

Pour détailler la nomogramme, la relation (1) peut être remanié de la façon suivante:

Parce que

$$\frac{1+D}{(1+B)(DE-1)} = \frac{1+\frac{1-C}{1+C}}{(1+B)\left[\frac{1-C}{1+C}\frac{1-B}{1+B} - 1\right]} = \cdots\cdots = \frac{1}{-(B+C)} = \frac{1}{-\mu\mu_c A\left(\frac{1}{R_i}+\frac{1}{R_e}\right)},$$

et etant doune que

$$F_c = \pi p (r_e^2 - r_i^2) = \pi p r_e^2 (1-R^2) \text{ et } (DE)^n = 10^Y \quad [\text{v. rel. }(4)],$$

$$M_{totn} = \mu \pi p r_e^2 (1-R^2) A \frac{1-10^Y}{\mu\mu_c A\left(\frac{1}{R_i}+\frac{1}{R_e}\right)} = \frac{\pi p r_e^2 (1-R^2)}{\frac{1}{R_i} + \frac{1}{R_e}} \frac{1-10^Y}{\mu_c} \qquad (6)$$

---

[*] Pour le calcul nomografique, aussi.

Avec les nottations

$$X = \frac{1-10^{Y}}{\mu_c}, \qquad (7)$$

et

$$\phi = \frac{\pi p r_e^2}{\frac{1}{R_i} + \frac{1}{R_e}} (1-R^2) = K(1-R^2), \qquad (8)$$

la relation (1) devient

$$M_{tot_n} = \phi X = KX(1-R^2). \qquad (9)$$

Une nomogramme possible*), utilisant ces transformations, est presentée dans la fig.2, où on a utilisé, pour le cadran IV la relation (4), pour le cadran III la relation (7) et pour le cadran II, la relation (9)**).

De cette manière, parcourant la nomogramme dans le sens des aiguilles de montre, de l'axe n à M_t/K_1 on a peut determiner la valeur du moment capable d'un couplage, prenant en considération plusieurs valeurs des paramètres.

En ce qui suit, on met en discussion la nomogramme constituée conformément à ce qu'on a montré auparavant, pour les différents situations qui se presentent quand on aborde les aspects de la projection.

Ainsi, on illustre dans la fig.2 le moyen de determiner le moment de torsion capable pour certaines valeurs des paramètres fonctionnels et constructifs (μ=o,8; μ_c=o,o5; R=o,7. Le tracé ABCDE) et pour differents nombres de disques (la courbe a). Pour d'autres valeurs des paramètres (R=o,8) on obtient la courbe b d'une manière similaire (ABCFG).

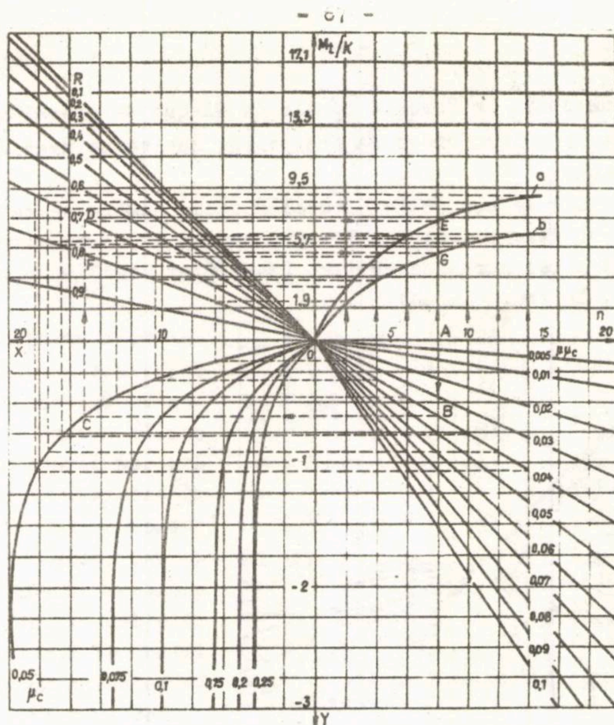
La fig.3 présente une autre manière d'aborder le problème.

Par exemple, si on impose un certain moment de torsion à transmettre et une certaine valeur du rapport R, on remarque que la valeur du coefficient de frottement dans les cannelures doit être nécessairement au-dessous d'une certaine grandeur - dans l'exemple présenté $\mu_c > 0{,}1$, pour la situation a, le tracé ABCDE -, dans le cas contraire (la situation b, le tracé ABFGH) on est dans l'impossibilité d'assurer la capacité du moment de torsion, même si le nombre de disques du couplaje s'accroissait de beaucoup. Cela s'explique par

---

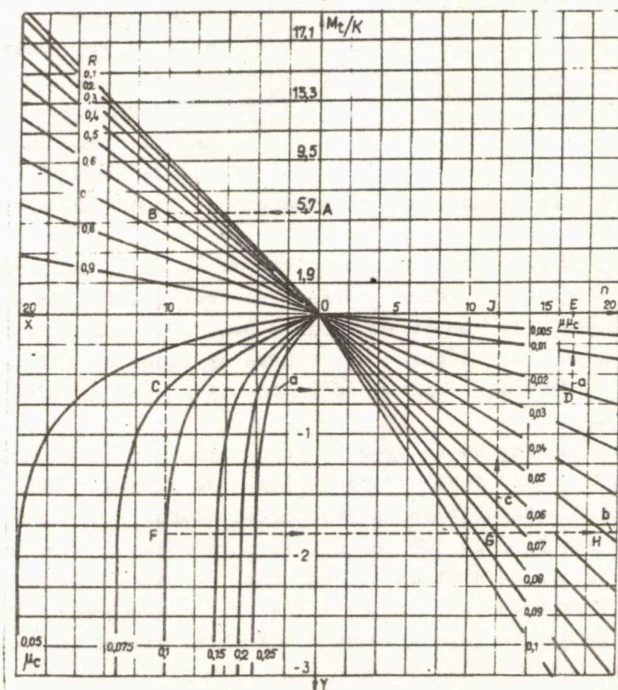
*) Conformément à [5], il existe une grande variété de nomogrammes compatibles avec la relation (1).

**) Pour le cadran III, on a choisi conune paramètre le coefficient de frottement en cannelure μ_c, et pour le cadran II, $R=r_i/r_e$.



M_t/K
17,1
13,3
9,5
5,7
1,9
-1
-2
-3
Y
R
0,1
0,2
0,3
0,4
0,5
0,6
0,7
0,8
0,9
20
X
10
0
5
10
15
n
20
A
B
C
D
E
F
G
a
b
$\mu\mu_c$
0,005
0,01
0,02
0,03
0,04
0,05
0,06
0,07
0,08
0,09
0,1
0,05
μ_c
0,075
0,1
0,15
0,2
0,25

Fig. 2



M_t/K
17,1
13,3
9,5
5,7
1,9
-1
-2
-3
Y
R
0,1
0,2
0,3
0,4
0,5
0,6
0,8
0,9
20
X
10
0
5
10
15
n
20
A
B
C
D
E
F
G
H
J
a
b
c
$\mu\mu_c$
0,005
0,01
0,02
0,03
0,04
0,05
0,06
0,07
0,08
0,09
0,1
0,05
μ_c
0,075
0,1
0,15
0,2
0,25

Fig. 3

le fait que toute le force d'appuie du disque de pression est équilibrée par les forces de frottement des cannelures des premiers disques.

Même dans le cas de la situation b le nombre nécessaire de disques peut être réduit par l'augmentation du coefficient de frottement entre les surfaces actives (μ=o,8 et donc $\mu\mu_{\Sigma}$=o,o8, la situation c, le tracé ABFGJ).

Fig. 4

Enfin, la nomogramme de la fig.4 est complétée avec les restrictions imposées par le nombre critique de disques déterminé conformément [4]. Il n'y a que quelques situations marquées, déterminées par quélques valeurs de la restriction totale k_{Σ}, pour illustrer son influence sur le calcul nomographique.

Par exemple, pour certains paramètres fonctionnels et constructifs (R= =o,6; μ_{Σ}=o,o75; μ=o,4), à une certaine valeur du moment de torsion à transmettre corespond un certain nombre de disques conduits, conformément au tracé ABCDE, il résulte n=11.

Si la restriction totale a la valeur k_{Σ} =o,1, ce nombre de disques est "économique"; dans le cas d'une restriction totale plus grande, k_{Σ} =o,3, le nombre de disques qui, résultent comme il a été mentionné auparavent dépasse le nombre critique de disques (le point D se trouve au - dessus de la courbe k_{Σ} =o,3 et au-dessous de la courbe k_{Σ} =o,1).

L'utilisation de ce type de nomogramme permet à l'ingénieur de conception un abord facile du problème de dimensionnement des couplages multidisque couplés sous charge, fournissant un regard d'ensemble sur l'influence des divers paramètres dimensionnels et fonctionnels qui déterminent la capacité de moment des couplages. A cette occasion on peut éviter - dés le commencement - les solutions constructives qui ne donnent pas satisfaction en ce qui

concerne les performances capables finales de la construction préconisée.

Bibliographie

[1] ACHIRILOAIE,I., MOGAN,GH. Capacitatea de transmitere a momentului de torsiune la cuplajele cu fricţiune multidisc cuplate sub sarcină.In:Lucrările simpozionului "Proiectarea asistată de calculator" PRASIC'82, Universitatea din Braşov,noiembrie 1982,vol.II,p.129-136.

[2] ACHIRILOAIE,I., MOGAN,GH., Analiza influenţei unor parametri asupra capacităţii reale a cuplajelor cu fricţiune multidisc cuplate sub sarcină.In:Lucrările simpozionului "Proiectarea asistată de calculator "PRASIC'82,Universitatea din Braşov,noiembrie 1982,vol.II,p.137-146.

[3] ACHIRILOAIE,I., POPESCU,B. Einfluss der Änderung des dynamischen Reibungskoefizienten auf die Leistungsfähigkeit der Schlupfkupplungen. In: Buletinul Stiinţific al celei de a IV-a Conferinţe Naţionale de Automobile,Tractoare şi Maşini agricole CONAT, Braşov,1982,vol.I,p.293-298.

[4] ACHIRILOAIE,I. Un criterium general pour la limitation du nombre de disques des couplages à friction multidisque couplés sous charge. In: Buletinul Universităţii din Braşov,1982.

[5] CHOVANSKI,G. Eléments de nomographie. Editions Mir.Moscou,1979.

ACHIRILOAIE,I., MOGAN,GH.

NOMOGRAME PENTRU PROIECTAREA CUPLAJELOR CU FRICTIUNE MULTIDISC CUPLATE SUB SARCINA

Rezumat

In lucrare se prezintă nomograme întocmite pentru facilitarea proiectării cuplajelor intermitente cu fricţiune, cuplate sub sarcină.

Utilizarea acestor nomograme permite proiectantului o orientare corespunzătoare pentru alegerea,preliminară, a unor parametri constructivi şi funcţionali.

NOMOGRAMME FÜR DIE KONSTRUKTION DER UNTER LAST GESCHALTETEN REIBUNGSKUPPLUNGEN

Zusammenfassung

In der Arbeit werden Nomogramme für die Erleichterung der Konstruktion von Reibungskupplungen, die unter Last geschaltet sind, dargestellt.

Die Anwendung dieser Nomogramme ermöglicht dem Konstrukteur eine Orientierung für die Vorauswahl der konstruktiven und funktionalen Parameter.

A STUDY OF THE VARIATIONS AND POSSIBILITES OF IMPROVING THE MAXIMUM PERFORMANCE OF DIRECT-INJECTION-TYPE DIESEL ENGINES

Prof.Gheorghe Bobescu,D.Sc.(Eng.),University of Brasov
Lect.Anghel Chiru, Dipl.Eng.,University of Brasov
Gheorghe Lazăr,Dipl.Eng.,"ARO"Automobile Factory, Cîmpulung Muscel
Assist.Prof.Corneliu Cofaru,Dipl.Eng.,University of Brasov.

Compression-ignition engines intended for equipping road vehicles, manufactured throughout the world, are of a very great diversity in terms of the number,dimensions and arrangement of cylinders, the principles of mixture forming and ignition, auxiliary system design etc.

In view of the complexity of reciprocating internal combustion engines, definition of a number of parameters of universal velidity appears essential in order that their comparison may be possible.

Not infreqvently, when analysing engine performance,we use such terms of comparison as:

- power per litre: $P = \frac{P_e}{V_H}$ $[kW/dm^3]$; (1)
- specific horsepower: $P_s = \frac{P_e}{\sum A_p}$ $[kW/dm^2]$, (2)

where P_e-is the brake horsepower $[kW]$, V_H-is the engine overall displacement $[dm^3]$ and $\sum A_p$-is the overall surface area of piston heads dm^3.

The brake horsepower is calculated using the relation:

$$P_e = \frac{p_e \cdot V_H \cdot n}{30\, \tau} \quad [kW], \qquad (3)$$

where p_e-is the mean-effective pressure $[MPa]$, n-is the engine speed of revolutions $[rpm]$ and τ-is the number of engine strokes.

Engine speed may be expressed with respect to mean piston speed using the relation:

$$n = \frac{30\, W_p}{S}, \tag{4}$$

where W_p-is the mean piston speed [m/s] and S-is the piston stroke [m].

Substituting in relation (3) the expression obtained for the engine speed given by (4),we get for the brake horsepower:

$$P_e = \frac{p_e\, V_H . W_p}{\tau . S}. \tag{5}$$

Thus, expressions (1) and (2) become:

$$P_l = \frac{p_e\, W_p}{\tau . S}, \tag{6}$$

$$P_s = \frac{p_e\, W_p}{\tau}. \tag{7}$$

Analysing relation (6) leads to the conclusion that the power per litre of an engine depends on the mean-effective pressure, mean piston speed (operational factors) and piston stroke (design factor). Since engine power is inversely proportional to engine stroke, the latter is not capable of suggestively describing the thermal and mechanical stresses of engines.

In order to establish a criterion of comparison,regardless of the phenomena occurring inside the engine, the following notions are introduces [1] ,based on the law of similitude:

- subdivision factor $\varphi_v = \sqrt[3]{\frac{i}{V_H}}\ [dm^{-1}]$; (8)
- power factor $\varphi_a = p_e . V_H$ [MPa M/s]; (9)
- thermal stress factor $\theta = \frac{\varphi_a}{\varphi_v}$, (10)

where i-is the number of engine cylinders.

The notions introduces are suggestive of the influence exerted by cylinder dimensions, as well as the mechanical and thermal stresses of the engine, on the latter's performance.

If we denote the S/D ratic = X, Eq.(8) becomes:

$$\varphi_v = 1{,}0838\, \frac{X^{2/3}}{S}, \tag{11}$$

where D-is the cylinder diameter [m].

Substituting in relation (6) the mean effective pressure and the stroke for the expressions obtained from relations (9)and (11), we obtain for a four-stroke engine:

$$P_l = 0{,}2306\, \frac{\varphi_a\, \varphi_v}{X^{2/3}}\ [kW/dm^3]. \tag{12}$$

Thus, the influence of various factors on the power per litre of an engine becomes clear.

On comparing relations (7) and (9), it may be observed that the power factor is equivalent to the specific horsepower and describes the degree of lugging of the engine.

In order for the stresses of various engines to be compared, the latter should have cylinders of the same dimensions. In other words, they should be converted into reference engines with an engine displacement $V_h = 1\ dm^3$. In this case, for the reference model of the engine under consideration, $\varphi_v = 1$.

The power of the reference engine of any one engine will be referred to as the specific horsepower of that engine.

$$P_s = \frac{P}{\varphi_v} = 0{,}2306\ \frac{\varphi_o}{X^{2/3}} \cdot \qquad (13)$$

Specific horsepower represents the actual stress of an engine minus the stroke effect.

Since reciprocating internal combustion engines differ in terms of the principle of mixture forming and combustion, type of fuel used, place of utilization and mode of operation, the study of their performances should be conducted for each engine type separately.

Accordingly, it was this idea that lay at the basis of the thorough analysis of the subdivision, thermal and mechanical stress factors, power per litre and specific horsepower, as well as that of the dependences between them, in the case of direct-injection-type compression-ignition engines.

In plotting the stochastic dependences $\varphi_a = f(\varphi_v)$, $\varphi_a = f(X)$, $\varphi_a = f(\theta)$, $P_l = f(\varphi_v)$, $P_l = f(P_e)$ and $P_s = f(X)$ separately for automotive and tractor engines, the polynomial was chosen as the analytical expression with a view to statistical processiong.

The most convenient representation is that in the form of a quadratic polynomial. The advantage of point distribution approximation by a quadric consists in offering a sufficient degree of universality in terms of the statistical distribution of the points. The higher the degree of the polynomial, the more complicated the calculation, and stroke does not provide a better picture of the general tendency of point distribution.

In plotting the various dependences of the parameters obtained from 15o direct-injection-type compression-ignition engines, Tshebycheff's polynomials were used in the processing, which

covered the following stages:

1. Calculation of the parameters to be processed,using relations (3),(7),(8),(9),(1o) and (12);

2. Establishing the dependent and independent variables (statistical processing does not ensure the reversibility of the variables);

3. Establishing the origin and the step of the variable (first the origin is chosen in the middle of the interval of the independent variable, then equal intervals are taken to the right and to the left of the independent variable);

4. Calculation of the arithmetic mean of the values of the points contained within the strip,whose width is equal to that of the step of the independent variable (this way of averaging is preferable due to its simplicity, the accuracy of the results not being affected in any degree);

5. Adjusting the valuues obtained by averaging; it is convenient to apply linear adjustment using a first-degree polynomial:

$$\tilde{Y}_o = \frac{1}{3}(Y_{-1} + Y_o + Y_1) ; \qquad (14)$$

$$\tilde{Y}_1 = \frac{1}{6}(Y_{-1} + 2Y_o + 5Y_1); \qquad (15)$$

$$\tilde{Y}_{-1} = \frac{1}{6}(5Y_{-1} + 2Y_o - Y_1). \qquad (16)$$

The tilded ($\sim$)letters refer to the values obtained by adjustment. The indices of untilded letters refer to:

- the medial point: Y_o;
- the point anterior to the medial one: Y_{-1};
- the point posterior to the medial one: Y_1.

All the data within the interval (excepting the terminal points) are adjusted using relation (14). The first adjusted value is calculated using relation (16) and relation (15) is used for calculating the last value.

6. A value (preferably the one in the middle of the interval) is associated with each of the intervals over which the arithmetic mean of the points was calculated. In this way specific points of the independent variable are obtained. The values of Tshebycheff's polynomials [2] will be selected according to the number of these points.

7. In order to obtain the final empirical formula,the parameters of Eq.(17) are calculated using relation (18) or relation

(19).

As there was no criterion for excluding those data that were of no statistical interest, the values that were distant from the grouped majority were eliminated.

Assuming that the dependent parameters and the independent ones were calculated with the same accuracy, and that the values of the argument are equidistant ($x_{k+1} - x_k = h$, $(k=1,2,3,\ldots,N-1)$) the expressions of the dependence curve equations are of the form:

$$Y = a_1 \left(\frac{x - \bar{x}}{h}\right)^2 + b_1\left(\frac{x - \bar{x}}{h}\right) + c_1 \quad (17)$$

The parameters of the quadratic polynomial for an odd number of data $N = 2M-1$ are calculated using the relations:

$$\begin{cases} a_1 = \frac{1}{3 H_2} \left[3 \sum_{k=1}^{N} Y_k (k-M)^2 - \frac{N^2-1}{4} \sum_{k=1}^{N} Y_k \right]; \\ b_1 = \frac{1}{H_1} \sum_{k=1}^{N} Y_k (k-M); \\ c_1 = \bar{Y} - \frac{H_1}{N} a_1 , \end{cases} \quad (18)$$

where:

$$H_1 = \frac{N(N^2-1)}{12} \quad \text{and} \quad H_2 = \frac{N(N^2-1)\ (N^2-4)}{180} .$$

For an even number of data (viz., an odd number of intervals over which the arithmetic mean of the values of the points was calculated) $N = 2M$, the parameters of the quadratic equation are calculated using the relations

$$\begin{cases} a_1 = \frac{1}{12 H_2} \left[3 \sum_{k=1}^{N} Y_k (2k-N-1)^2 - (N^2-1) \sum_{k=1}^{N} Y_k \right]; \\ b_1 = \frac{1}{2 H_1} \sum_{k=1}^{N} Y_k\ (2k-N-1); \\ c_1 = \bar{y} - \frac{H_1}{N} a_1 . \end{cases} \quad (19)$$

On the basis of the data obtained from the catalogues of various manufacturing companies, the stochastic dependences were plotted for the parameters of automotive engines (Figs.1-6) and those of tractor engines (Figs.7-12). The analytical expressions of the dependence equations, as well as the averaging intervals, are marked in the figura.

The present study has made it possible to determine the

power distribution of various engines depending on the number of cylinders (Figs.14 and 15), as well as the share of engines with a specific number of cylinders within the overall number of engines intended for automobiles and tractors.

CONCLUSIONS

1. In order for engines to be compared to one another, it is essential that some criteria should be established that do not depend on the phenomena occurring in the engine. The subdivision factor, the power factor and the thermal stress factor are three of the parameters that can possibly be used in assessing the performance of various engines.

2. Statistical processing of the experimental data creates the possibility of studying the general trends, as well as the maximum performances that can be attained by reciprocating internal combustion engines. The various dependences can be described with a fairly high degree of accuracy using Tshebycheff's polynomials.

3. The following statements can be made as a result of the analysis of the dependence curves $\varphi_a = f(\varphi_v)$, $\varphi_a = f(X)$, $\varphi_a = f(\theta)$, $P_\ell = f(\varphi_v)$, $P_\ell = f(P_e)$ and $P_s = f(X)$, obtained for automotive engines (Figs.1-6) and tractor engines (Figs.7-12).

a) Given the same engine compactness, the power factor is 23-27 % greater in the case of truck engines, as compared to tractor engines. This is accounted for by the higher speed of truck engines. The upper limit of the power factor, obtained for φ_v = o,81 - o,82 dm^{-1} is 13,3 MPa m/s for truck engines and 8,9 MPa m/s for φ_v = o,96 -1,oo dm^{-1}, in the case of tractor engines.

b) The high performances of the power factor, depending on the strokebore ratio, in the case of truck engines (23-37 % higher than those of tractor engines) have the same explanation, viz.,the higher r.p.m. of the former.

With the same value of the stroke-bore ratio (1.125),it is found that the power factor reached by truck engines may be as great as 12.0 MPa m/s, while that of tractor engines is only 8.2 MPa m/s.

The most widely used range is that where x = 1.o5-1.15 for truck engines, and x = 1.o7-1.16 for tractor engines.Consequently, there appears to be a general tendency for the stroke-bore ratio to increase in the case of tractor engines as against truck engines.

c) The smaller values of tractor engine power factors result in small thermal stresses (θ = o.4o-o.85 MPa m^2/s). In the case of truck engines, thermal streasses may reach a value of o.6o - 1.5o MPa m^2/s .

d) While the power per litre of truck engines falls within the range of 12.o - 22,8 kW/dm^3 for φ_v = o.75-1.15 dm^{-1},in the case of tractor engines it lies within 8.o-18.8 kW/dm^3 for φ_v = o.9o -1.o8 dm^{-1}.

e) As far as the power per litre variation of truck engines is concerned, it is found to reach maximum values of 2o-22 kW/dm^3 in the brake horsepower range of 63-112 kW and 2oo-25o kW, and minor values (13-15 kW/dm^3) in the brake horsepower range og 112-2oo kW, with a minimum at 15o kW. According to Fig.13,the small power per litre range corresponds to six-in-line engines.

In the case of tractory engines, there is a general tendency for the power per litre to increase with the increase in the brake horsepower; however, maximum performances of 18 - 19 kW/dm^3 are reached in the case of engines with a brake horsepower of 35-55 kW, which corresponds to the range occupied by three-and four-cylinder engines.

f) On examining the specific horsepower variation curves, the specific horsepower is found increase up to the value of 1.25 of the stroke-bore ratio, then it starts to decrease.

Truck engines with X = 1.1o - 1.25 and tractor enginea with X = 1.oo - 1.15 make up a very high share of all existing engines.

g) Interpretation of the results of Figs.2 and 6, and Figs.8 and 12, respectively, leads to the conclusion that maximum performances are obtained for X= 1.1o-1.15 in the case of truck engines and x= 1.o9-1.11 in the case of tractor engines.

h) The tendencies of the curves in Figs.1 and 4 and those in Figs.7 and 1o, as well as the values obteined for the peaks show that the best results are obtained for φ_v =o.81-o.82, in the case of truck engines, and φ_v = o.95-1.oo, in the case of tractor engines.

4. Analysing the specific features of engines displaying high performances at certain stroke-bore ratios and for given values of the subdivision factor, they are found to result from a minute analysis of the phenomena taking place in the inlet menifold (the ramming effect is ensured) and the exhaust manifold (small

values the residual gas coefficient are obtained), mixture forming and combustion, the law of injection, reduction of frictional and pumping losses, as well as those in the cooling and exhaust systems.

5. On the basis of the present study, engines may be classes according to power range and number of cylinders:

a) in the case of truck engines:

three-cylinder	engines	P_e= 35-55 kW;
four-cylinder	"	P_e= 5o-1oo kW;
five-cylinder	"	P_e= 1oo-145 kW (informative)
six-cylinder	"	P_e= 9o-24o kW;
V-eight	"	P_e= 2oo-265 kW;
V-ten	"	P_e= 25o-32o kW.

b) in the case of tractor engines:

twin	engines	P_e= 23-35 kW;
three-cylinder	"	P_e= 27-5o kW;
four-cylinder	"	P_e= 35-75 kW;
six-cylinder	"	P_e= 6o-11o kW;
V-eight	"	P_e= 1oo-17o kW.

6. The working method presented in the paper may also be applied in other fields where statistical systematization of available data is considered desirable with a view to designing new products. The equations obtained are capable of suggesting the proper course to follow in improving design and operational factors.

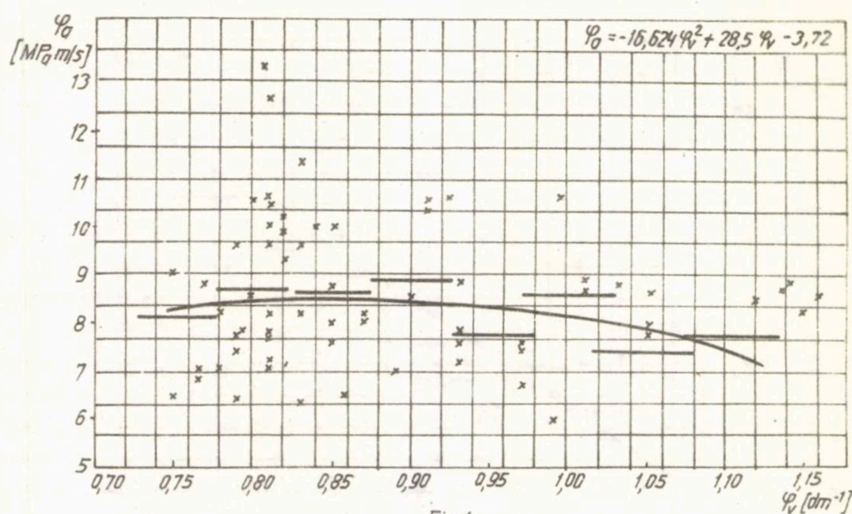
7. The present study evidences the general trends in the design of direct.injection-type compression-ignition engines, the maximum and average values of the power and subdivision factors, as well as the optimum stroke-bore ratios.

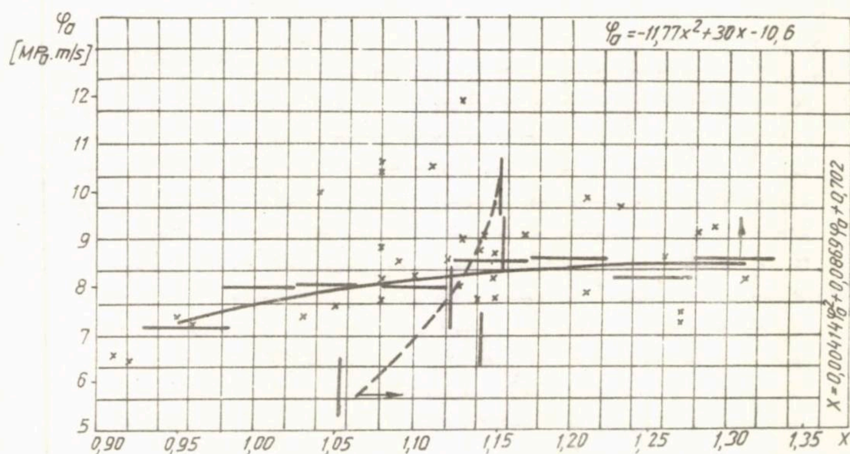
BIBLIOGRAPHY

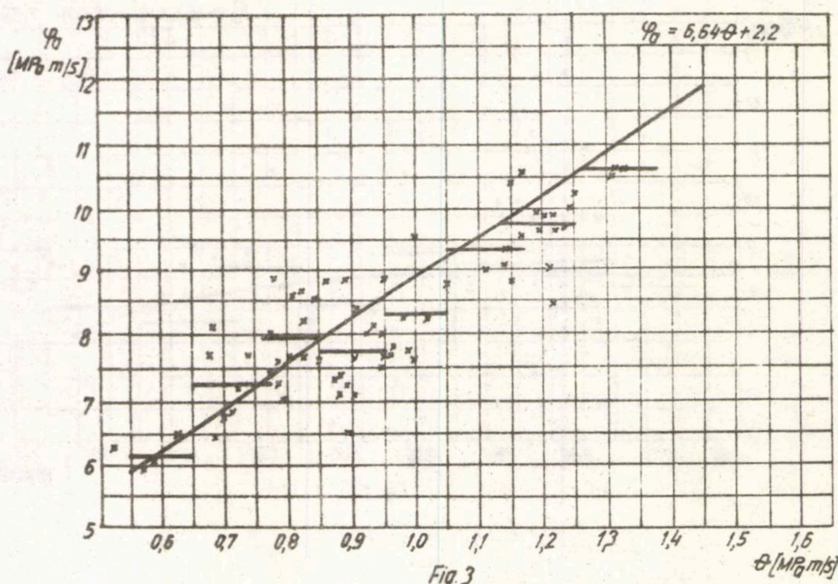
[1] R.Mărdărescu et al.-Motoare pentru automobile şi tractoare (Automotive and Tractor Engines),Editura Didactică şi Pedagogică, Bucureşti, 1968)

[2] L.Z.Rumşinski.- Prelucrarea matematică a datelor experimentale (Mathematical Processing of Experimental Data),Editura Tehnică, Bucureşti, 1968

[3]. A.Chiru et al.- Analiza unor factori de forţare ai motoarelor Diesel cu injecţie directă pentru autovehicule în vederea îmbunătăţirii indicilor de putere şi de economicitate, Sesiunea de comunicări tehnico-ştiinţifice a I.C.P.T.T.,23-25 aprilie 1981, p.345.

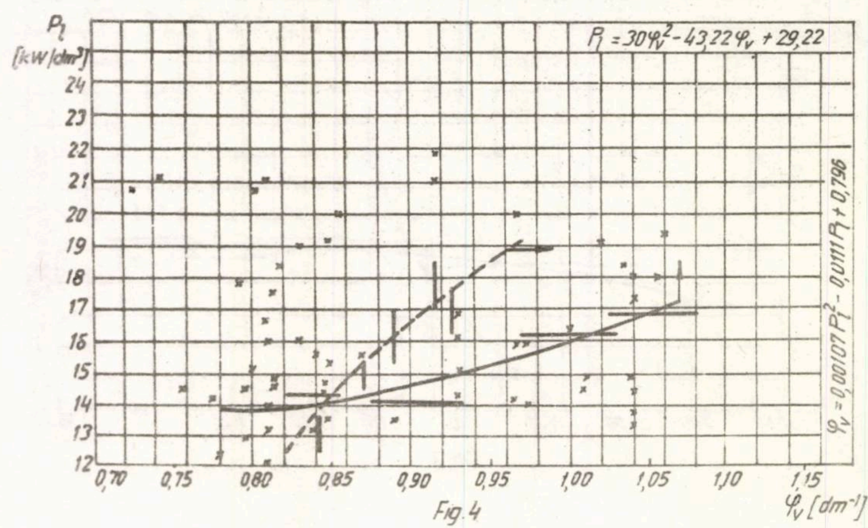

φ_a [MPa.m/s]
$\varphi_a = -16{,}624\,\varphi_v^2 + 28{,}5\,\varphi_v - 3{,}72$
13
12
11
10
9
8
7
6
5
0,70
0,75
0,80
0,85
0,90
0,95
1,00
1,05
1,10
1,15
φ_v [dm^{-1}]
Fig. 1


φ_a [MPa.m/s]
$\varphi_a = -11{,}77x^2 + 30x - 10{,}6$
$x = 0{,}00414\varphi_a^2 + 0{,}0869\varphi_a + 0{,}702$
12
11
10
9
8
7
6
5
0,90
0,95
1,00
1,05
1,10
1,15
1,20
1,25
1,30
1,35
x
Fig. 2



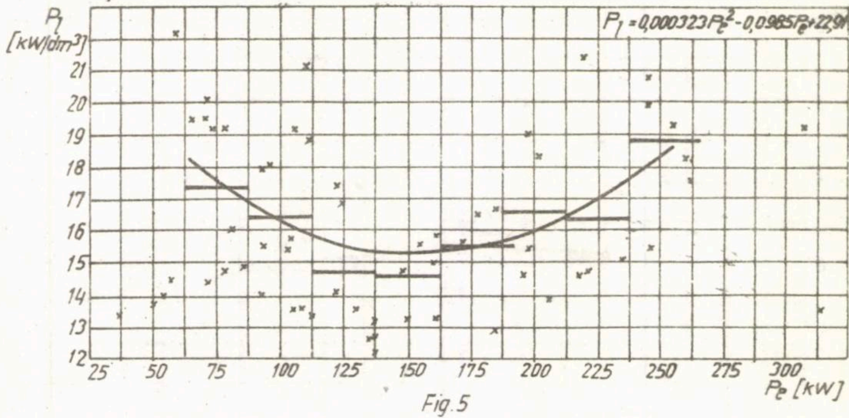
$\varphi_a = 6,64\,\theta + 2,2$
φ_a [MPa m/s]
13
12
11
10
9
8
7
6
5
0,6
0,7
0,8
0,9
1,0
1,1
1,2
1,3
1,4
1,5
1,6
θ [MPa m/s]

Fig. 3



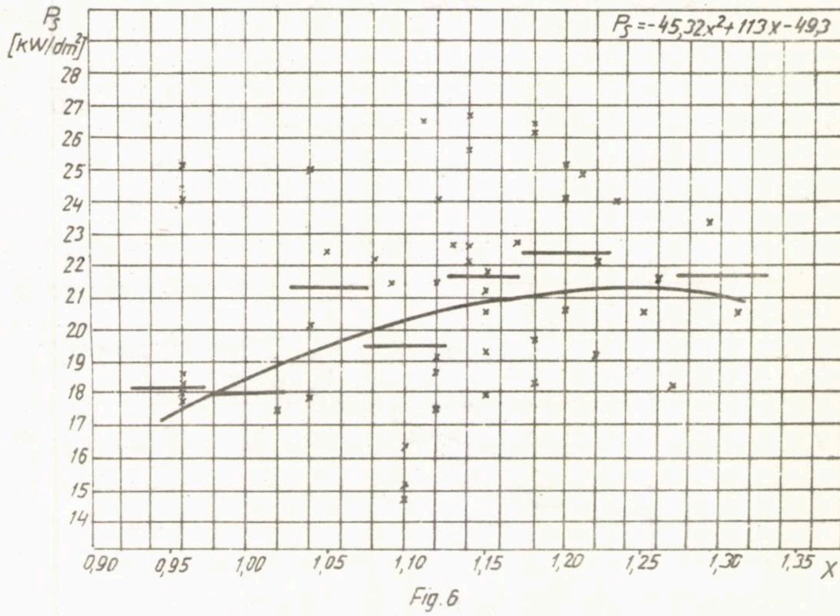
$P_l = 30\varphi_v^2 - 43,22\varphi_v + 29,22$
P_l [kW/dm³]
24
23
22
21
20
19
18
17
16
15
14
13
12
0,70
0,75
0,80
0,85
0,90
0,95
1,00
1,05
1,10
1,15
φ_v [dm⁻¹]
$\varphi_v = 0,00107 P_l^2 - 0,0111 P_l + 0,796$

Fig. 4



P1
[kW/dm³]
P1 = 0,000323Pe² - 0,0985Pe + 22,91
12
13
14
15
16
17
18
19
20
21
25
50
75
100
125
150
175
200
225
250
275
300
Pe [kW]

Fig. 5



Ps
[kW/dm²]
Ps = -45,32x² + 113x - 49,3
14
15
16
17
18
19
20
21
22
23
24
25
26
27
28
0,90
0,95
1,00
1,05
1,10
1,15
1,20
1,25
1,30
1,35
X

Fig. 6

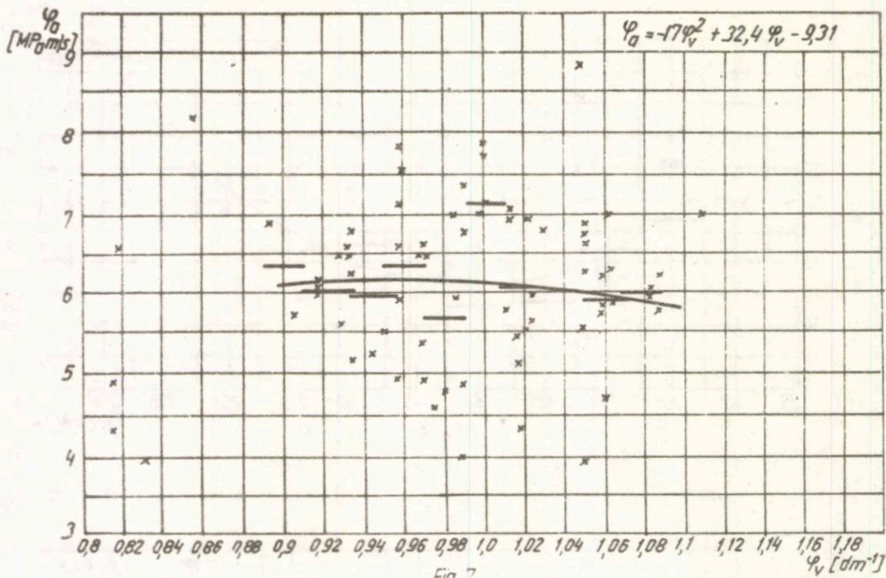

$\varphi_a = -17\varphi_v^2 + 32{,}4\,\varphi_v - 9{,}31$
φ_a [MPa m/s]
φ_v [dm^{-1}]

Fig. 7

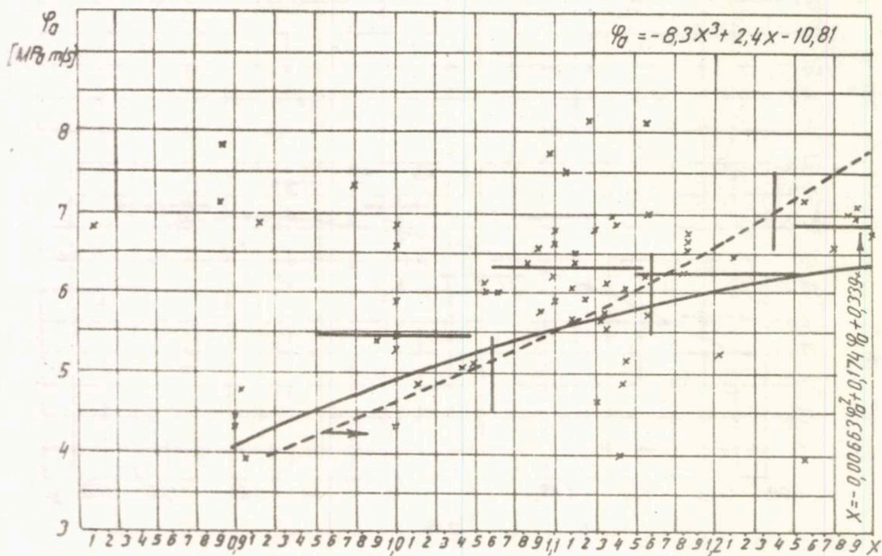
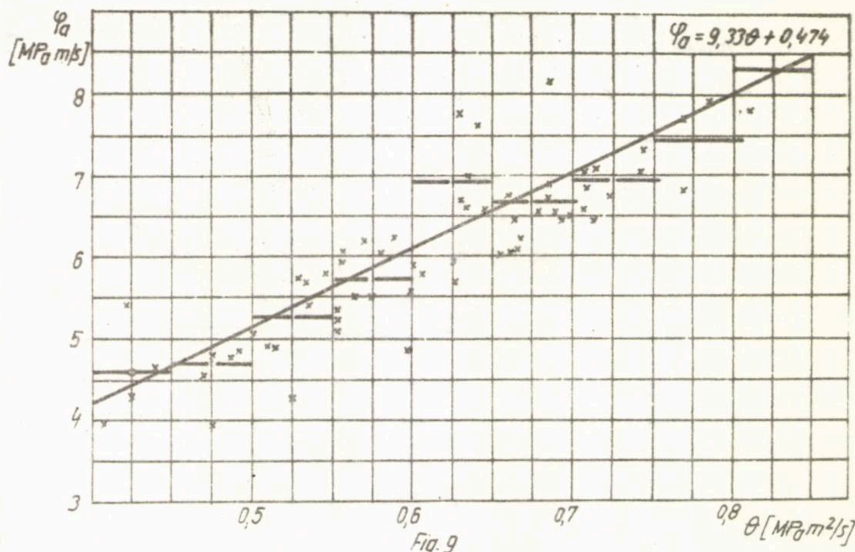
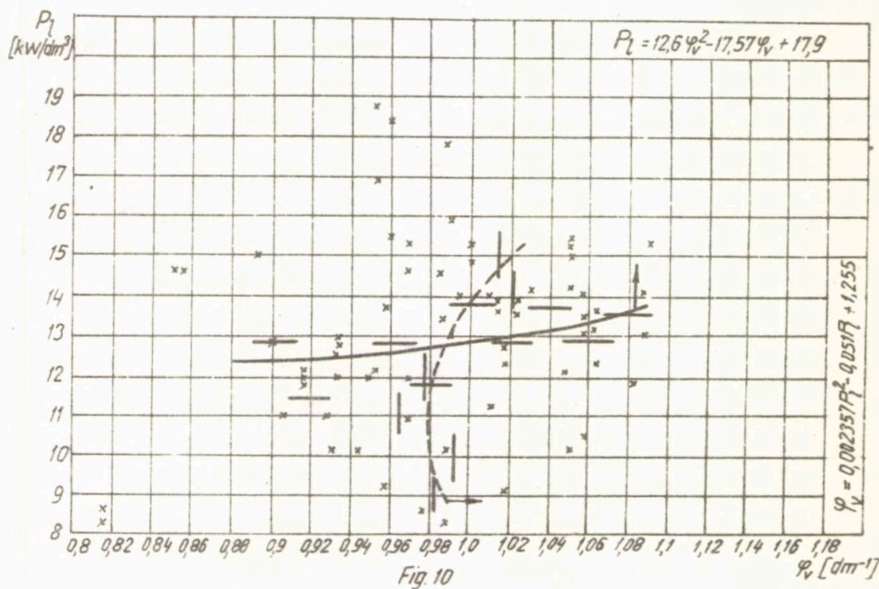

$\varphi_a = -8{,}3X^3 + 2{,}4X - 10{,}81$
φ_a [MPa m/s]
$X = -0{,}00663\varphi_a^2 + 0{,}174\varphi_a + 0{,}339$

Fig. 8



φ_a [MPa m/s]
$\varphi_a = 9{,}33\theta + 0{,}474$
8
7
6
5
4
3
0,5
0,6
0,7
0,8
θ [MPa m²/s]

Fig. 9



P_l [kW/dm³]
$P_l = 12{,}6\varphi_v^2 - 17{,}57\varphi_v + 17{,}9$
$\varphi_v = 0{,}002357P_l^2 - 0{,}0511P_l + 1{,}255$
19
18
17
16
15
14
13
12
11
10
9
8
0,8 0,82 0,84 0,86 0,88 0,9 0,92 0,94 0,96 0,98 1,0 1,02 1,04 1,06 1,08 1,1 1,12 1,14 1,16 1,18
φ_v [dm⁻¹]

Fig. 10

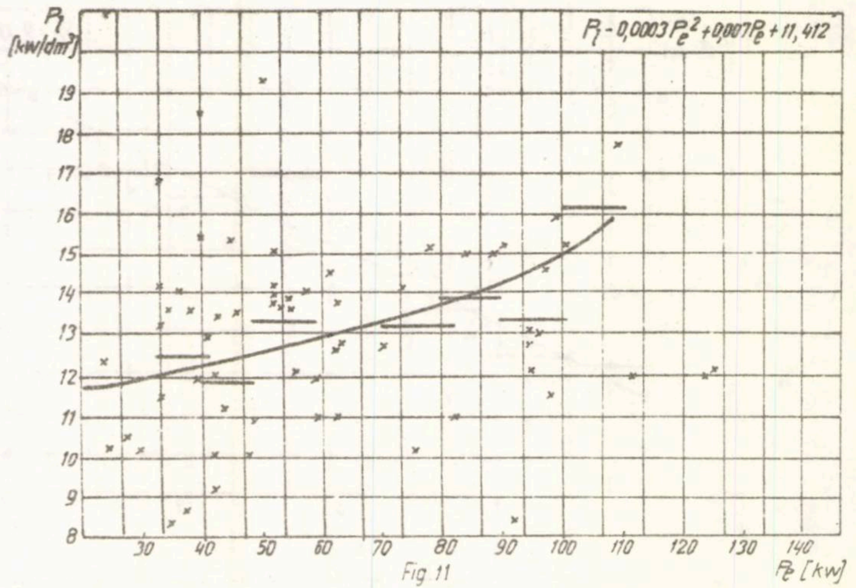

P_l [kW/dm²]
P_l - 0,0003 P_e^2 + 0,007 P_e + 11,412
19
18
17
16
15
14
13
12
11
10
9
8
30
40
50
60
70
80
90
100
110
120
130
140
P_e [kW]

Fig. 11

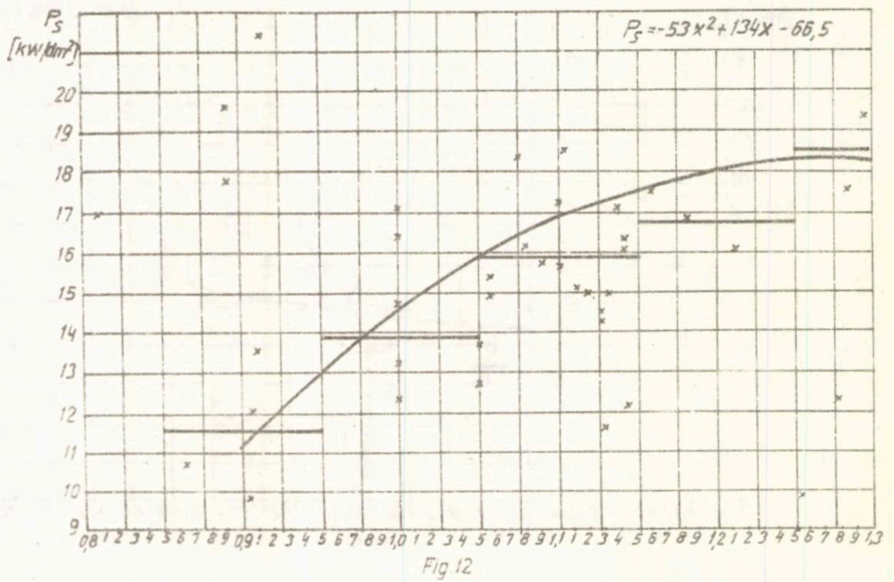
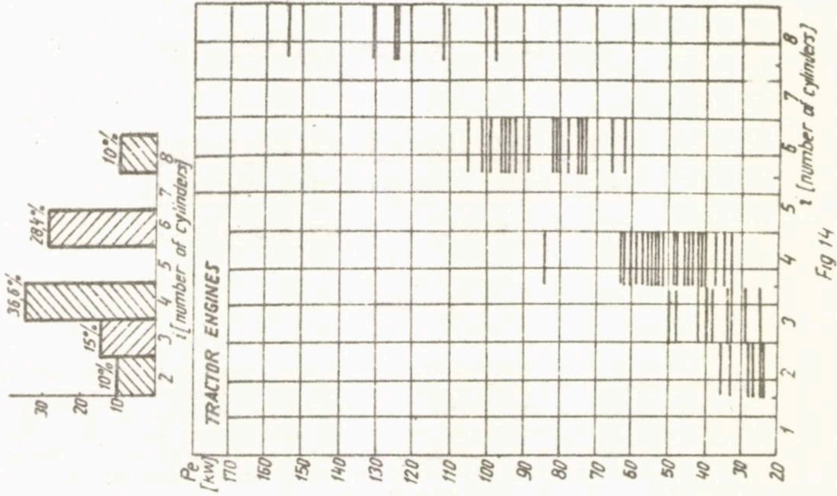
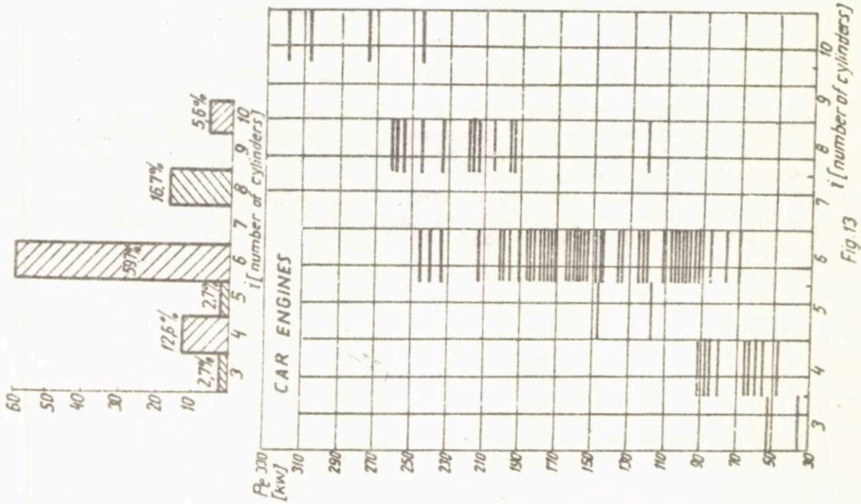

P_s [kW/dm²]
P_s = -53 x² + 134x - 66,5
20
19
18
17
16
15
14
13
12
11
10
9
0,8 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0,9 1 2 3 4 5 6 7 8 9 1,0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 1,1 1 2 3 4 5 6 7 8 9 1,2 1 2 3 4 5 6 7 8 9 1,3

Fig. 12



TRACTOR ENGINES
Pe [kW]
10%
15%
36,6%
28,4%
10%
i [number of cylinders]
i [number of cylinders]

Fig 14



CAR ENGINES
Pe [kW]
2,7%
12,5%
2,7%
59,7%
16,7%
5,6%
i [number of cylinders]
i [number of cylinders]

Fig 13

Gh.BOBESCU , A.CHIRU,GH.LAZAR, C.COFARU

STUDIUL VARIATIILOR SI POSIBILITATILOR DE IMBUNATATIRE A PERFORMANTELOR MAXIME LA MOTOARELE DIESEL CU INJECTIE DIRECTA

Rezumat

Motoarele cu aprindere prin compresie,destinate echipării autovehiculelor rutiere,sînt diferite prin numărul,dimensiunile şi soluţiile de amplasare a cilindrilor,principiul de funcţionare ,gradul de echipare,concepţia sistemelor auxiliare etc .

Pentru a putea compara motoarele,independent de fenomenele ce se desfăşoară în ele s-au introdus,pe baza teoriei similitudinii,o serie de parametri ca :

-factorul de compartimentare : $\varphi_v = \dfrac{1}{\sqrt[3]{\frac{\pi}{4}\left(\frac{S}{x}\right)^2}}$;

-factorul de putere : $\varphi_a = p_e \dfrac{S.u}{30}$;

-factorul de solicitare termică : $\theta = \dfrac{\varphi_a}{\varphi_v}$.

Prelucrarea statistică a datelor de la peste 150 de motoare cu aprindere prin compresie cu injecţie directă răcite cu apă a condus la obţinerea de expresii analitice care urmăresc dependenţele statistice φ_a , φ_v , P_l ,P_s, X , θ .

Studiul întreprins permite să se evidenţieze posibilităţile de îmbunătăţire a performanţelor motoarelor ,precum şi limitele către care se poate tinde .

Gh.BOBESCU, A. CHIRU, GH. LAZAR , C. COFARU

A STUDY OF THE VARIATIONS AND POSSIBILITES OF IMPROVING THE MAXIMUM PERFORMANCE OF DIRECT-INJECTION-TYPE DIESEL ENGINES

Abstract

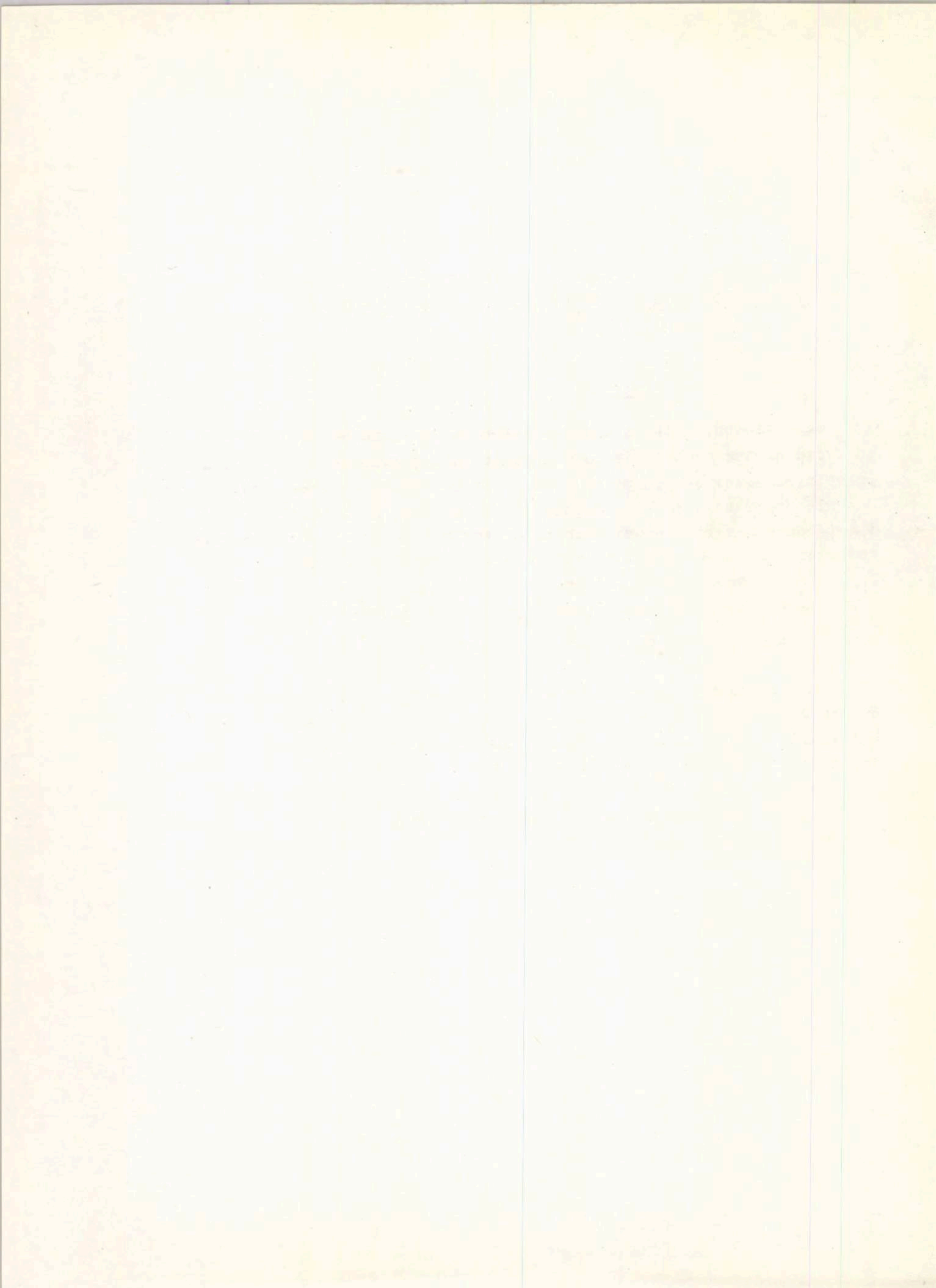
Compression ignition engines intended for road vehicles differ in terms of the number,size,and arrangement of cylinders, operating principle, level of eyuipment, design of auyiliary systems, etc.

In order to make it possible to compare engines,regardleass of the phenomena taking place within the engine, a number of parameters, based on the law of similituden, were introduced, such as

- the subdivision factor: $\varphi_v = \frac{1}{\sqrt[3]{\frac{\pi}{4}\left(\frac{S}{x}\right)^2}}$;
- the power factor: $\varphi_a = p_e \frac{S \cdot n}{30}$;
- the thermal stress factor: $\theta = \frac{\varphi_a}{\varphi_v}$.

The statistical procedding of data collected from 15o water-cooled direct- injection- type compression ignition Diesel engines has yielded some analytical expressions showing the stochastic dependences between: $\varphi_a, \varphi_v, p_e, p_s, x, \theta$.

The study makes it possible to specify the possibilities of improving engine performance, as well as the limit that can possibly be approached.



CYLINDRICAL EXHAUST SILENCER FOR TRACTORS

D.Sc.(Eng.) Gheorghe Văcariu, lecturer at the University of Braşov;

D.Sc.(Eng.) Frâncu Tănase, associate professor at the University of Braşov.

1. General considerations

The noise produced by gases when exhausted from engines has harmful effects (both psichological and psychological) on man, and particularly on automobile drivers.

The noxious effects of noise upon the human body varies according to the intensity and frequency of the latter, as well as with the length of time one spends in a noisy medium.

In case the level of sound intensity exceeds 85-90 dB (A), a permanent deterioration of one's hearing occurs leading to complete deafness after a certain period of time. This is why silencing is of particular importance, and it is essential that noise intensity should not exceed the standardized limiting value (85 dB A).

In order to diminish the noise produced during the exhaust of burnedout gases from Diesel engines through exhaust mufflers reactive silencers are widely employed, where silencing is accomplished by reflection of part of the sound wave energy.

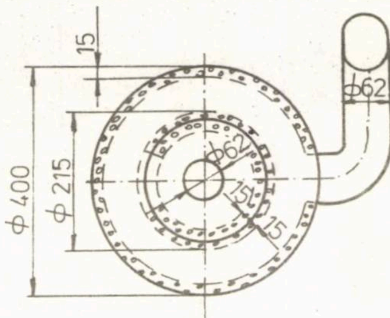


Fig.1

Some of the more important conditions to be met by exhaust silencers are:

- silencing should be accomplished below the admissible limit ;
- engine power and economy performances should not be affected in any significant way ;
- they should be of a simple compact design and have limited dimensions ;
- they should lend themselves to convenient location in order not to interfere with visibility during driving ;
- they should be provided with spark-quenching elements, thus eliminating any fire hazard.

2. Cylindrical exhaust silencer

Current exhaust silencer designs do not fully meet the above-listed requirements. That is the reason lying behind the



Fig. 2

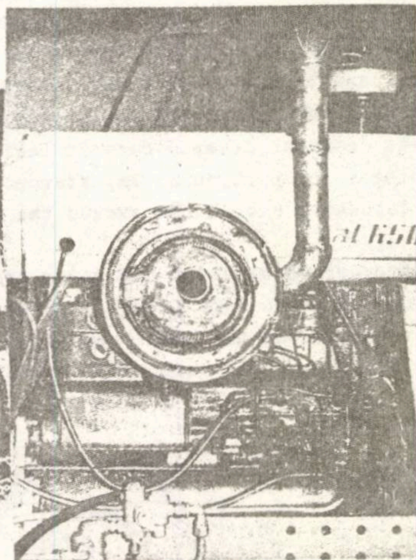


Fig. 3

development and testing of a new,cylindrical-shaped exhaust silencer intended for tractors (Fig.1), It is a mixed - (active-reactive) type silencer provided with two concentric expansion rooms and a short exhaust pipe. The silencer is made from 1 mm-

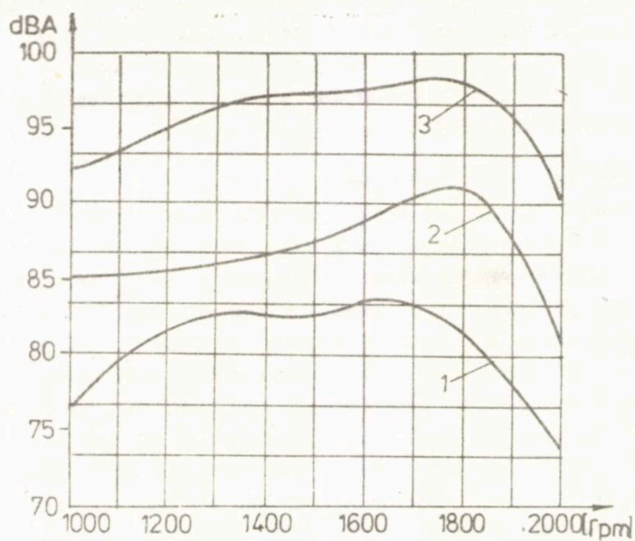

dBA
100
95
90
85
80
75
70
1000
1200
1400
1600
1800
2000[rpm]
3
2
1

Fig.4

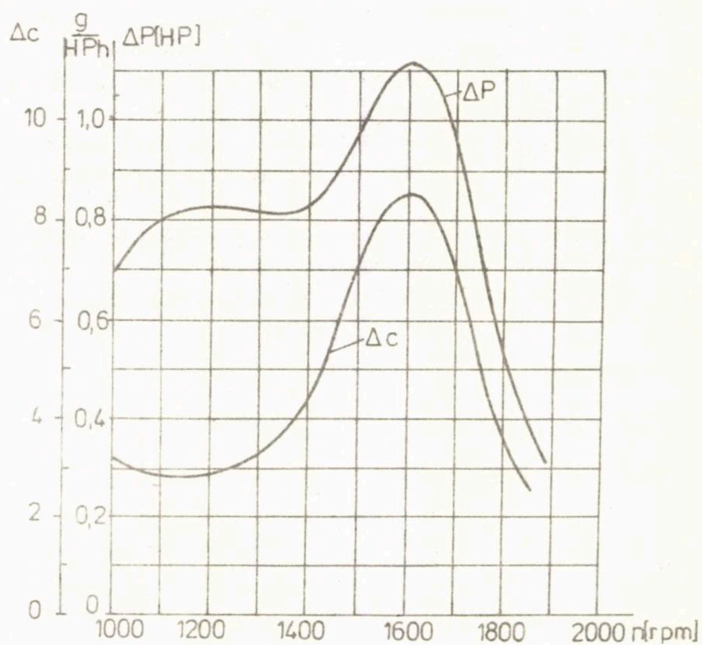

Δc
g/HPh
ΔP[HP]
10
8
6
4
2
0
1,0
0,8
0,6
0,4
0,2
0
ΔP
Δc
1000
1200
1400
1600
1800
2000 n[rpm]

Fig.5

thick steel sheet, the material used for the inside lining of the two rooms being glass wool,protected by perforated sheet. The lateral location of the muffler directly on the exhaust pipe of the engine (Fig.2 and 3) makes for a marked improvement of the driver's visibility conditions on public roads.

3. Exhaust silencer testing

The new silencer was tested while mounted on a stock engine subjected to tests under maximum load. Variation of noise intensity depending on engine speed (at maximum load) is shown in the diagram of Fig.4. It is seen the maximum level of noise intensity (83.5 dB A) is reached, in the case of new silencer, at 1,600 - 1,700 rpm, and is below the admissible level. By way of comparison, the same diagram also includes the variation curves of the intensity of noise produced during tests,conducted under the same conditions, with a standard silencer (curve 2) and without a silencer (curve 3). As can be seen, in the case of using the standard silencer (curve 2) the noise is considerably diminished as compared to that of not using any silencer at all (curve 3), yet it is still sensibly high, if not above the admissible limit, between 1,650 - 1,850 rpm, when the maximum value of 91 dB (A) is recorded. When no silencer is used,the maximum value of noise intensity is about 98 dB (A) and it is produced at 1,700 - 1,800 rpm.

The cylindrical exhaust silencer also offers advantages as compared to standard mufflers in regard of power and economy perfermances.

Thus, power (P) increases by 0,7 - 1,12 HP, and there is a decrease of specific fuel consumption of 3 ... 8,7 g/HP h , between 1,000 and 1,600 rpm, as compared to the standard silencer (Fig.5).

Bibliography

[1] GRUMAZESCU M. ş.a. Combaterea zgomotului şi vibraţiilor. Bucureşti, Editura tehnică, 1964.

[2] VACARIU GH.,ş.a. Tobă de eşapament. Brevet de invenţie nr.83035/1983.

[3] BATAGA N. ş.a. Contribuţii la calculul şi experimentarea unui atenuator de zgomot la evacuare,pentru mijloacele de transport Auto,Navale şi Aeriene. Drumuri şi poduri. Transporturi în comun.Anul (I) Nr.1, ian.1971, Bucureşti-România.

[4] BERANEK L. LEO. Noise and vibration Control.Edited by/Leo.L.Beranek,1973.

[5] BROCH J.T.,Loudness Evoluation. A review of current methods. In: Brüel Kjaer, Technical Review, 1962,nr.2.

[6] CIRSTEA EUG. ş.a. Studii privind realizarea corespunzătoare a eşapamentului tractorului în vederea reducerii nivelului de zgomot. In: Lucrări ştiinţifice, vol.XV , Institutul de cercetări pentru mecanizarea agriculturii - Bucureşti.

VACARIU,GH.,TANASE,F.

TOBA DE ESAPAMENT CILINDRICA PENTRU TRACTOARE

Rezumat

Pentru reducerea zgomotului la evacuarea gazelor arse din motoarele diesel sub valoarea limită standardizată (85 dB A), a fost concepută,realizată şi încercată o nouă tobă de eşapament pentru tractoare avînd o formă cilindrică, de tip mixt (activ-reactivă) fiind prevăzută cu două camere de destindere concentrice şi o conductă scurtă de evacuare.

In cazul utilizării tobei noi, nivelul maxim al intensităţii zgomotului este de 83,5 dB (A) la turaţia de 1600 - 1700 rot/min.

CYLINDRICAL EXHAUST SILENCER FOR TRACTORS

Summary

In order to diminish the noise produced during the exhaust of burnedout gases from Diesel engines under the standardized limiting value (85 dB A),it was developed and tested a new, cylindrical - shaped exhaust silencer intended for tractors. It is a mixed - (active - reactive) type silencer provided with two concentric expansion rooms and a short exhaust pipe.

The maximum level of noise intensity (83,5 dB A)is reached , in the case of the new silencer, at 1,600 - 1,700 rpm, and is below the admissible level.

SUSPENSION HYDROPNEUMATIQUE À DEUX COUSSINS D'AIR MONTÉS EN SÉRIE

Dr.ing. Virgil Olariu - professeur à l'Université de Braşov.

Cette suspension, qui peut être adoptée aux voitures se compose des chambres à air 1 et 2, de la chambre à liquide 3, du piston principal 4 et des pistons flottants 5 et 6 (fig.1)

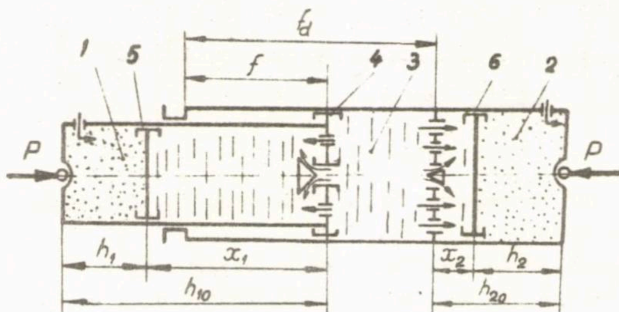


Fig. 1

La caracteristique élastique de l'élément consiste dans: l'arc de courbe 1, suivant lequel a lieu la compression statique de l'air de la chambre 1, à partir de la charge initiale $P_o \leq P_g$ (P_g - la charge en marche à vide) jusqu'à la charge nominale P_n (égale à la charge critique P_c) lorsque se met en marche de coussin d'air suplimentaire; - l'arc de courbe 2, le long duquel a lieu la compression dynamique de l'air des chambres 1 et 2, à partir de la charge nominale P_n jusqu'à la charge dynamique maximale P_d.

Les oscillations dynamiques en charge nominale ont lieu selon l'arc de courbe 2 et en marche à vide selon l'arc de courbe 3 (puisque la compression de l'air est dynamique pendant des oscillations).

Pour le dimensionnment de la suspension, on déterminera

les pressions p_g et p_n pour le fonctionement à vide et en charge nominale:

$$p_g = P_g/S_3; \qquad p_n = P_n/S_3; \qquad S_3 = \pi D_3^2/4 \qquad (1)$$

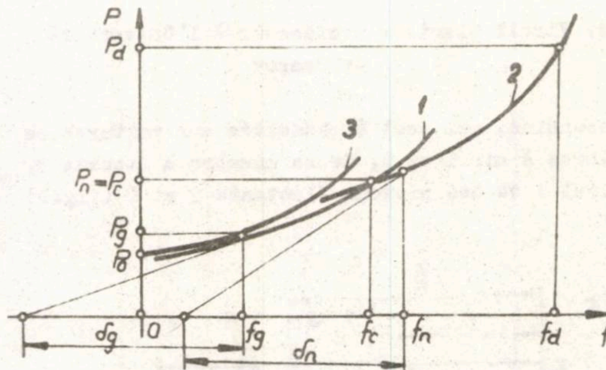


Fig. 2

où: S_3- la section intérieure de la chambre 3; D_3- le diamètre interieur de la chambre 3.

La déformation de la suspension hydropneumatique s'obtient sur la base de la loi de la continuité de l'écoulement (fig. 1):

$$S_3 f = x_1 S_1 + x_2 S_2 \qquad (2)$$

où : S_1, S_2, S_3 - les sections intérieures des chambres 1,2,3; x_1, x_2 - les déformations des colonnes d'air des chambres 1 et 2; f - la déformation de la suspension hydropneumatique(égale au déplacement du piston 4).

De la figure 1 il résulte également:

$$x_1 = h_{10} - h_1; \quad x_2 = h_{20} - h_2; \qquad (3)$$

où:

h_{10} - la hauteur initiale de la colonne d'air dans la chambre 1;
h_{20} - la hauteur initiale de la colonne d'air dans la chambre 2;
h_1,h_2- les longueurs des colonnes d'air corespondantes aux deformations x_1, x_2.

En partant des expressions(2) et (3) on obtient la relation:

$$f = \lambda_{13}(h_{10} - h_1) + \lambda_{23}(h_{20} - h_2) \qquad (4)$$

dans laquelle on a noté:

$$\lambda_{13} = S_1/S_3, \quad \lambda_{23} = S_2/S_3 . \qquad (5)$$

Lorsque le coussin à basse pression (de la chambre 1) este le seul à travailler, on peut écrire $h_2 = h_{20}$ et, en partant de la relation (4), on obtient:

$$f = \lambda_{13}(h_{10} - h_1) . \qquad (6)$$

Pour obtenir l'expression de la caractéristique élastique statique, on utilise l'équation de la transformation isotherme de l'air pour les pressions $p_{10} \leqslant p \leqslant p_c = p_n$:

$$\frac{p}{p_{10}} = \frac{V_{10}}{V_1} \qquad (7)$$

où : p – la pression à un moment donné; p_{10}– la pression initiale de la chambre 1; V_{10}– le volume initial de l'air dans la chambre 1; V_1– le volume de l'air dans la chambre 1 à un moment donné.

Etant donné que:

$$V_{10} = h_{10}S_1; \quad V_1 = h_1S_1; \quad p = P/S_3; \quad p_{10} = P_{10}/S_3; \qquad (8)$$

en partant de la relation (7), on obtiendra l'équation de la caractéristique statique 1 (fig.2):

$$P = P_{10} \frac{\lambda_{13}h_{10}}{\lambda_{13}h_{10} - f} . \qquad (9)$$

Afin d'obtenir l'équation de la caractéristique élastique dynamique 3 (fig.2), selon laquelle ont lieu les oscillations pour fonctionnement à vide, on écrira la loi de la transformation polytropique de l'air:

$$\frac{p}{p_g} = \left(\frac{V_{1g}}{V_1}\right)^{\gamma} , \qquad (10)$$

où: V_{1g}– le volume de l'air de la chambre 1 fonctionant à vide; γ – l'exposant de la transformation polytropique de l'air.

En tenant compte que:

$$V_{1g} = h_{1g}S_1; \quad p_g = P_g/S_3; \qquad (11)$$

où h_{1g}– la hauteur de la colonne d'air de la chambre 1 en marche à vide, et en partant des relations (10),(8) et (11), on obtient l'équation de la caractéristique élastique dynamique 3 (fig.2) :

$$P = P_g\left(\frac{\lambda_{13} h_{1g}}{\lambda_{13} h_{10} - f}\right) . \qquad (12)$$

Pour déterminer la hauteur initiale de la colonne d'air de la chambre 1, on calcule la rigidité du coussin d'air de la chambre 1, en marche à vide, à l'aide de la relation:

$$c = \frac{dP}{df} . \qquad (13)$$

appliquée à l'expression (12), en obtenant finalement:

$$c = \frac{\gamma\ p\ S_3}{\lambda_{13}\ h_1} \qquad (14)$$

d'où, pour $p = p_g$, $h_1 = h_{1g}$, il résulte la rigidité de la suspension en marche à vide:

$$c_g = \frac{\gamma\ p_g\ S_3}{\lambda_{13}\ h_{1g}} . \qquad (15)$$

D'autre part, on peut écrire:

$$c_g = P_g / \delta_g . \qquad (16)$$

où δ_g est la sous-tangente de la caractéristique élastique dynamique 3(fig.2) en marche à vide, qui se détermine en fonction de la fréquence ν_g imposée aux oscillations sous cette charge:

$$h_{1g} = g/(2\ \pi\ \nu_g)^2 . \qquad (17)$$

En partant des expressions (15) et (16) on obtient:

$$h_{1g} = \frac{\gamma\ \delta_g}{\lambda_{13}} . \qquad (18)$$

En vertu de la relation (10), pour $p = p_g$, $h_1 = h_{1g}$, on obtient:

$$h_{10} = h_{1g} / P_{10} \qquad (19)$$

et des relations (19) ez (18):

$$h_{10} = \gamma\ p_g \delta_g / (\lambda_{13} p_{10}) . \qquad (20)$$

Ensuite, en partant des expressions (6) et (20) on obtient la déformation de la suspension en marche à vide:

$$f_g = \left(\frac{p_g}{p_{10}} - 1 \right) \gamma \delta_g \ , \qquad (21)$$

en fonction de la pression initiale p_{10} imposée.

La caractéristique élastique dynamique 2(fig.2), suivant laquelle ont lieu les oscillations de la suspension en charge nominale, s'obtient en partant de l'équation de la transformation polytropique de l'air dans les deux chambres:

$$\frac{p}{p_c} = \left(\frac{V_c}{V} \right)^{\gamma}, \qquad (22)$$

où: p_c – la pression sous la charge critique ($p_c = p_n$); V_c – le volume de l'air des deux chambres sous la charge critique V – le volume de l'air des deux chambres à un moment donné :

$$V_c = h_{1c} S_1 + h_{20} S_2 ; \qquad V = h_1 S_1 + h_2 S_2 ; \qquad (23)$$

où h_{1c} représente la hauteur de la colonne d'air de la chambre 1 sous la charge critique.

En partant des expressions (22) et (23) on obtient:

$$\frac{p}{p_c} = \left(\frac{h_{1c} S_1 + h_{20} S_2}{h_1 S_1 + h_2 S_2} \right)^{\gamma} \qquad (24)$$

où: $p = P/S_2$; $p_c = P_c/S_3$, remplacées précédement, mènent à l'équation de la caracteristique élastique dynamique 2(fig.2):

$$P = P_c \left(\frac{\lambda_{12} h_{1c} + h_{20}}{\lambda_{12} h_1 + h_2} \right)^{\gamma} . \qquad (25)$$

Pour déterminer la hoteur initiale de la colonne d'air de la chambre 2 on calcule la rigidité des coussins d'air des deux chambres sous la charge critique à l'aide de la relation: $c = dP/df$, apliquée à l'expression (25), en obtenant:

$$c = \frac{\gamma \ p \ S_3}{\lambda_{13} h_1 + \lambda_{23} h_2} \ , \qquad (26)$$

où: pour $p = p_c$, $h_1 = h_{1c}$, $h_2 = h_{20}$, on obtient la rigidité de la suspension sous la charge critique:

$$c_c = \frac{\gamma \ p_c \ S_3}{\lambda_{13} h_{1c} + \lambda_{23} h_{20}} \ . \qquad (27)$$

D'autre part, on peut écrire encore la relation:

$$c_c = P_c/\delta_c = p_c S_3/\delta_c . \qquad (28)$$

où δ_c représente la sous-tangente de la caracteristique elastique dynamique 3 (fig.2) sous la charge critique ayant l'expression:

$$\delta_c = g/(2\pi \nu_c)^2 . \qquad (29)$$

où ν_c este la fréquence imposée sous la charge critique.

En partant des relations (27) et (28) on obtient:

$$h_{20} = \lambda_{32}\gamma\delta_c - \lambda_{12}h_{1c} . \qquad (30)$$

Etant donné qu'entre h_{10} et h_{1c} la compression a lieu selon un isotherme, l'équation de la transformation de l'air dans la chambre 1 s'exprimera à l'aide de la relation: $p_{10}/p_{1c} = h_{1c}/h_{10}$, d'où il résulte:

$$h_{1c} = h_{10}p_{10}/p_c . \qquad (31)$$

En partant des relations (31) et (20) on déduira:

$$h_{1c} = \gamma\, p_g\, \delta_g\, /(\lambda_{13}p_c) \qquad (32)$$

et des relations (27), (28) et (32):

$$h_{20} = \lambda_{32}\, \delta_c\, (\gamma - p_g/p_c) . \qquad (33)$$

On déterminera ensuite les déformations de la suspension sous différentes charges.

Ainsi, pour la charge critique, égale à la charge nominale, on notera $h_1 = h_{1c} = h_{1n}$, $f = f_c = f_n$ et en partant de la relation (6) on obtiendra:

$$f_c = f_n = \lambda_{13}(h_{10} - h_{1c}) . \qquad (34)$$

Pour déterminer la charge dynamique maximale on calculera la déformation dynamique maximale en vertu de la relation (4):

$$f_d = \lambda_{13}(h_{10} - h_{1d}) + \lambda_{23}(h_{20} - h_{2d}), \qquad (35)$$

où: h_{1d}, h_{2d},- les hauteurs des colonnes d'air des chambres 1 et 2 sous la charge dynamique maximale, dans la détermination desquelles il faudra tenir compte du fait que la compression dynamique de l'air, entre les pressions $p_n = p_c$ et p_d,

a lieu les lois:

$$\varepsilon_d = \frac{P_d}{P_n} \left(\frac{h_{1n}}{h_{1d}} \right)^{\gamma}, \qquad \varepsilon_d = \frac{P_d}{P_n} = \left(\frac{h_{20}}{h_{2d}} \right)^{\gamma} \qquad (36)$$

où ε_d este le facteur dynamique de la suspension. En partant de la relation (36) on obtient:

$$h_{1d} = h_{1n} e^{-\frac{1}{\gamma} \ln \varepsilon_d} \quad ; \quad h_{2d} = h_{20} h_{1d} / h_{1c} \ . \qquad (37).$$

Application numérique pour la suspension d'une voiture:

Pour un élément hydropneumatique	Avant	Arière
Charge nominale [daN]	$P_n^f = 312,5$	$P_n^s = 347,5$
Fonctionement à vide [daN]	$P_g^f = 222,5$	$P_g^s = 212,5$
Fréquence des oscillations [Hz]	$\nu_g = \nu_n = 1,17$	$\nu_g = \nu_n = 1,17$
Exposant de la transformation polytropique	$\gamma = 1,38$	$\gamma = 1,38$
Facteur dynamique de la suspension	$\varepsilon_d = 1,30$	$\varepsilon_d = 1,35$

On choisit: $D_3^f = D_3^s = D_3 = 7$ cm; $\quad S_3^f = S_3^s = S_3 = 38,48$ cm^2

$D_2^f = D^s{}_2 = D_2 = D_3$; $\quad S_2 = S_3$

$D_1^f = D_1^s = D_1 = D = 6,5$ cm; $\quad S_1^f = S_1^s = S_1 = 33,18$ cm^2 .

On calcule:

à l'aide de la relation (5) $\lambda_{13} = 0,862$; $\lambda_{23} = \lambda_{32} = 1$

à l'aide de la relation (1): $p_n^f = 8,12$ daN/cm^2; $p_n^s = 9,03$ daN/cm^2;

$p_g^f = 222,5/38,48 = 5,78$ daN/cm^2; $\quad p_g^s = 212,5/38,48 = 5,52$ daN/cm^2

à l'aide de la relation (17):

$\delta_g = \delta_n = \delta_c = 981/(2.3,14.1,17)^2 = 18,17$ cm.

On choisit:

$p_{10}^f = p_g^f$; $\quad p_{10}^s = p_g^s$ et en partant de la relation (21) il résulte

$f_g^f = f_g^s = 0$.

À l'aide de la relation (20):

h^f_{10}= 1,38.18,17/0,862= 29,08 cm; h^s_{10}= h^f_{10};

À l'aide de la relation (32)

h^f_{1c}= h^f_{1n}= 1,38.5,78.18,17/(0,862.8,12)= 20,7 cm

h^s_{1c}= h^s_{1n}= 1,38.5,52.18,17/(0,862.9,03)= 17,78 cm;

À l'aide de la relation(34):

f^f_c= f^f_n= 0,862(29,1-20,7)=7,24 cm; f^s_c=f^s_n=0,862(29,1-17,78)=9,76cm;

À l'aide de la relation (33):

h^f_{20}=18,17(1,38-5,78/8,12)=12,14 cm; h^s_{20}=18,17(1,38-5,52/9,03)=
= 13,97 cm;

À l'aide de la relation (37):

h^f_{1d}= 20,7 $e^{-\frac{1}{1,38} \ln 1,30}$ = 17,25 cm; h^s_1=17,78$e^{-\frac{1}{1,38} \; 1,35}$ =14,35

h^f_{2d}=12,14.17,25/20,7=10,12 cm; h^s_{2d}= 13,97.14,34/17,78=11,27

À l'aide de la relation (35):

f^f_d= 0,862(29,08-17,25)+(12,14-10,12)= 12,21 cm;

f^s_d= 0,862(29,08-14,34)+(13,97-11,27)= 15,4 cm;

La longueur utile:

ℓ^f_u = h^f_{10}+f^f_d = 29,08 + 12,14 + 12,21 = 53,47cm

ℓ^s_u = h^s_{10}+h^s_{20}+f^s_d= 29,08+13,97+15,4= 58,45 cm .

BIBLIOGRAPHIE

[1] OLARIU,V. Cercetări privind frecvenţa oscilatorului hidropneumatic cu două perne de aer .Conferinţa "Vibraţii în Construcţia de maşini",Timişoara,1980.

RECHERCHES CONCERNANT LA TECHNOLOGIE ET L'ÉQUIPEMENT DU DÉBIT MÉCANIQUE PAR CONCENTRATEURS D'EFFORTS DES MAILLES DE CHAÎNE MINIÈRE

Ion Popescu, ingénieur, docteur ès sciences, maître de conferences, Université de Braşov ;
Ionel Martinescu, ingénieur, lecteur, Université de Braşov ;
Dorel Cosma, ingénieur, lecteur, Université de Braşov .

Le débit des mailles de chaîne minière soulève des problèmes spéciaux aux établissements exécutant ce produit, de même qu'aux utilisateurs.

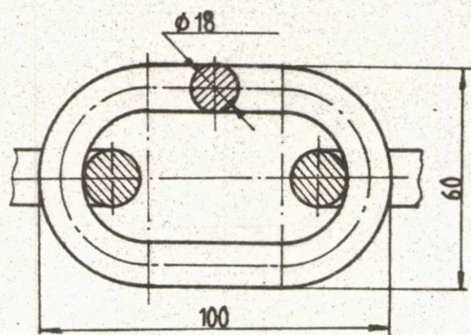


Fig. 1

La chaîne minière, classe de qualité C, STAS 8777-80 (fig. 1), ayant le diamètre nominal de la branche de maille supérieur à 18 mm, est exécutée sur de machines automatiques de façonnage et soudage continu en tronçons de longuer maximale de 50 à 60 m. Par la suite, la chaîne est soumise à un tratement termique de sorte que le matériau des mailles - 21MoMnCr12 - aquiert une dureté d'environ 45 HRC. En fin de processus technologique de fabrication, la chaîne est soumise à une opération d'essai à la traction, à 32 tf environ, pour la vérification de sa capacité portante. Par suite de l'opération de vérification les mailles vicieuses se cassent, pendant que les morceaux de chaîne résistantes sont débitées, par la destruction d'une maille, en tronçons de 15 mailles, conformément aux besions d'exploitation.

Le procédé de débit le plus utilisé est celui d'abrasion à disques étroits. Ce procédé est d'une productivité relativement haute, présentant cependant l'inconvenient d'une consommation spécifique élevée de disques abrasifs, ainsi qu'une importante pollution du milieu. D'ailleurs, le débit de la chaîne minière peut être effectué par d'autres procédés aussi - estampage, enlèvement de copeaux, rupture par traction - mais leurs inconvénients sont

supérieurs à ceux du débit à disques abrasifs, par suite de la haute dureté du matériau des mailles et de la faible rigidité de la chaîne même.

Le travail analyse les possibilités de débit des mailles de chaîne minière, dans la phase de mise en oeuvre de l'équipement et de la technologie issues des recherches concernant une nouvelle méthode de débit - débit mécanique par concentrateurs d'efforts - proposée par le collectif d'auteurs [1].

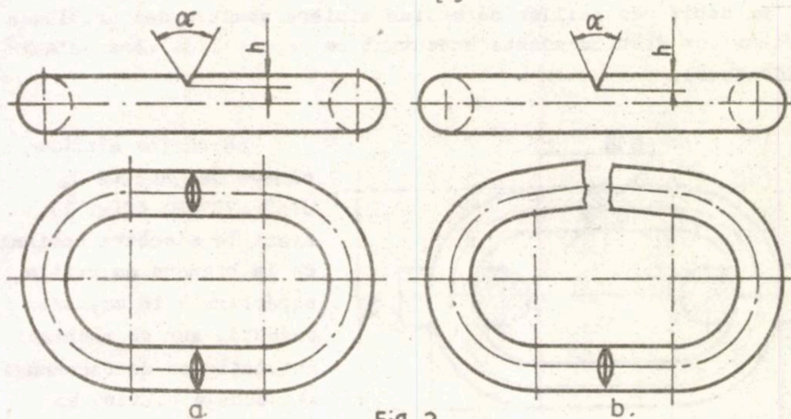


Fig. 2

La méthode de débit mécanique de la chaîne minière par concentrateurs d'efforts consiste à imprimer, en phase I^{ère}, sur le branches de la maille à débiter d'un couteau à arête spéciale en créant ainsi un concentrateur d'efforts de profondeur h (fig. 2,a) et ensuite, en phase II^{e}, ayant lieu la rupture proprement dite par l'application d'une force de choc, la maille étant appuyée aux extrémités.

Dans le cas des mailles de chaîne cassées par suite de l'essai à la traction, mailles vicieuses devant être éliminées des tron - çons de chaîne, l'empreinte et la rupture ont lieu uniquement sur la branche intacte de la maille vicieuse.

L'application du procédé de débit présenté plus haut este possible grâce aux caractéristiques physiques et mécaniques du matériau des mailles, acquises par le traitement thermique.

La conception et la réalisation de l'équipement nécessaire au débit mécanique par concentrateurs d'efforts des mailles de chaîne minière ont été fondées sur une série de déterminations expérimentales sur machines universelles à essayer à la traction-compression.

Dans la figure 3. este présentée, en fonction de la force d'empreinte du concentrateur d'efforts F_i, la variation de la force de rupture F_r et de la profondeur du concentrateur d'efforts h, pour un angle $\alpha = 90^{o}$ déterminé comme optimal pour des raisons de la résistance du matériau du couteau au moyen duquel on obtient le concentrateur d'efforts.

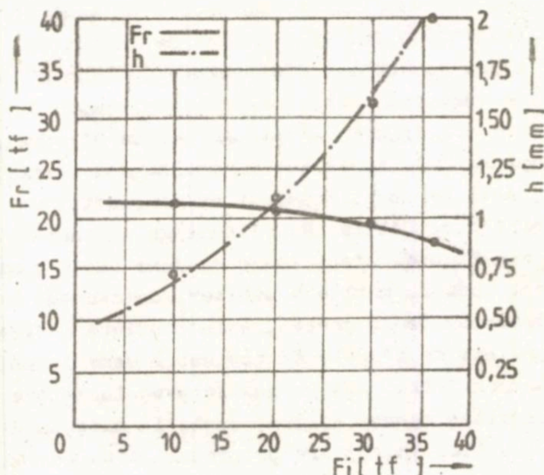


Fig.3

En utilisant les résultats experimentals on été determinées les relations pour le calcul de la force d'imprimation des concentrateurs d'efforts et de la force de rupture de la maille en fonction de la profondeur du concentrateur d'efforts, h. Ainsi, la force d'imprimation de l'effort reçoit l'expression

$$F_i = 25 \ln 2{,}2 h \qquad (1)$$

et la force de rupture de la maille, la forme:

$$F_r = 20 \frac{1}{\sqrt[4]{h}} \qquad (2)$$

Le dispositif spécial de débit mécanique par concentrateurs d'efforts des mailles de chaîne minière est présenté dans la figure 4. Il comporte, principalement, un sous-ensemble fixe, monté

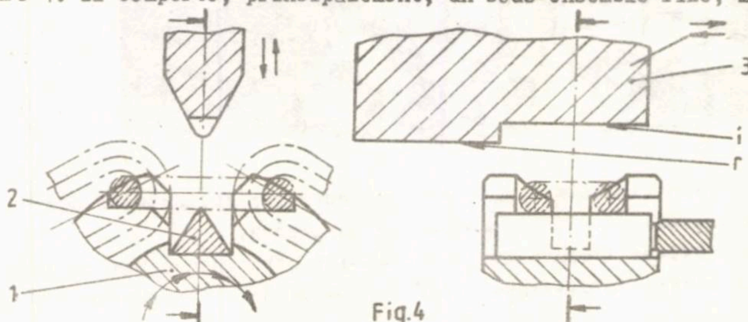


Fig.4

sur la bâti d'une presse mécanique, et un sous-ensemble mobile fixe en coulisseau. Le sous-ensemble fixe consiste d'un tambour rotatif 1 pourvu de logements d'appui et d'avance de la chaîne, ainsi que de cavités d'appui du couteau d'empreinte du concentrateur d'efforts 2. Le sous-ensemble mobile comporte un tampon 3, coulissant dans un guidage, non-figuré, ayant une partie d'empreinte „i" et une partie de rupture „r". Après que la chaîne eut avancé d'un tronçon à débiter, suit le positionnement en dispositif de la maille de chaîne devant être débitée et l'indexage du tambour 1 au moyen d'un indexeur, non-figuré. C'est toujours dans cette phase qu'a lieu l'introduction, sous la maille à débiter, du couteau d'empreinte 2. Par la commande de la presse, à la première course active, s'efectue l'empreinte de l'arête du couteau 2 dans le matériau de la maille, le tampon 3 frappant la maille avec la partie d'empreinte „i". A la deuxième course active, après la mise hors dispositif de couteau 2, a lieu la rupture proprement dite de la maille, le tampon 3 frappant la maille de sa partie de rupture „r". Après désindexage, par la rotation du tambour 1, se produit l'avance en dispositif de la chaîne d'un nouveau tronçon à débiter et l'elimination du tronçon qui vient d'être débité ainsi que les morceaux de maille provenues du débit.

Dans la figure 5 este présentée une vue d'ensemble du dispositif de débit muni d'un circuit électrique de protection et de condi-

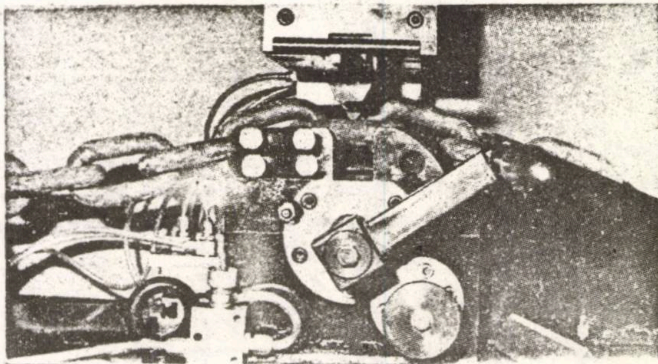


Fig. 5

tionnement technologique exigé par la succession obligatoire des phases de travail et d'actionnement de la presse.

Afin d'éviter l'écart de la succession stricte des phases de travail le circuit électrique a été équipé de deux traducteurs de

proximité U_1 et U_2 (fig. 6,a) connectés dans un circuit logique double du type ET-ET ou NI-NI. Ceux-ci assurent l'actionnement de

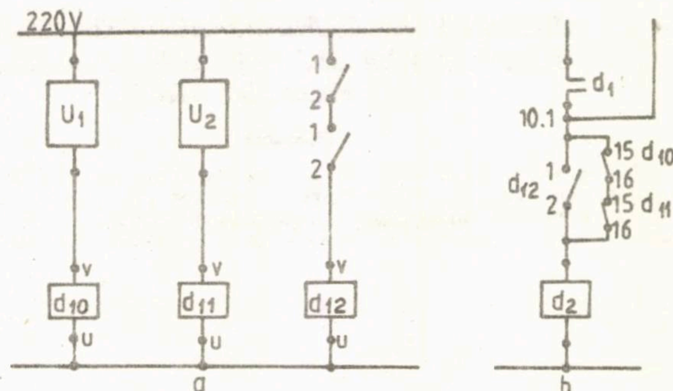


Fig. 6

la presse uniquement dans les conditions où est respectée la présence simultanée du couteau d'empreinte avec la position correcte du tampon à la partie d'empreinte, après quoi deviennent obligatoires la mise hors dispositif du couteau et le déplacement du tampon à la position de rupture.

Les traducteurs de proximité connectés au circuit de commande de la presse (fig. 6,b) évitent la possibilité d'action en conditions non-conformes au déroulement du processus de débit, ce qui pourrait amener la détérioration de la machine et du dispositif, ou bien entraînerait des accidents de travail.

Bibliografie

[1] POPESCU, I., COSMA, D., MARTINESCU, I. Recherches concernant le débit par concentrateurs d'efforts des mailles de chaîne minière. In III^e Conférence Nationale de Technologies Non-conventionnelles, Sibiu, les 14/15 mai, 1982.

POPESCU, I., MARTINESCU, I., COSMA, D.

CERCETARI ASUPRA TEHNOLOGIEI SI ECHIPAMENTULUI DE DEBITARE MECANICA CU CONCENTRATORI DE EFORTURI A ZALELOR DE LANT MINIER

Rezumat

Lucrarea conţine aspecte legate de aplicarea la scară industrială a tehnologiei de debitare a zalelor de lanţ minier, avînd la bază cercetări cu privire la metoda de debitare mecanică cu concentratori de eforturi, propusă de colectivul de autori.

RECHERCHES CONCERNANT LA TECHNOLOGIE ET L'ÉQUIPEMENT DU DÉBIT MÉCANIQUE PAR CONCENTRATEURS D'EFFORTS DES MAILLES DE CHAÎNE MINIÈRE

Résumé

Le travail contient des aspects sur l'application à l'échelle industrielle des technologies et de l'équipement du débit des mailles de chaîne minière, ayant comme fondement des recherches sur la méthode de débit mécanique avec des concentrateurs d'efforts, méthode proposée par les auteurs.

DETERMINATION DU DOMAINE OPTIME DE VARIATION DES PARAMÈTRES DU RÉGIME DE COUPE AU TOURNAGE.

Dr.ing. Constantin Buzatu lecteur de l'Universite de Braşov

Dans les conditions d'une efficacité toujours plus grande des procès technologiques d'usinage, à l'attention de l'ingénieur technolouge s'impose nećessairement, dès l'étape de conception de la technologie de fabrication, l'optimisation des paramètres de coupe, en tant que principaux facteurs d'influence dans les conditions de production données.

On adopte pour critère d'optimisation du régime de coupe, dans la plupart des cas, le critère du prix technologique minimum d'exécution de l'opération, et le critère de la productivité maximum assuré dans le temps d'usinage le plus court possible.

Ces critères, d'ailleurs, sont à l'attention de chaque entreprise, même si dans le processus d'usinage on chèrche à assurer autres fonctions objectifs: la précision d'usinage, la qualité du surfaçage, les bénéfices de l'entreprise, l'énergie consommée, etc [1].

En déterminant le domaine de variation des paramètres du régime de coupe de point de vue du prix minimum et de la productivité maximum, on peut décider avec quels valeurs des mêmes paramètres doit s'exécuter l'usinage pour assurer un autre critère aussi celui de l'efficacité.

En fonction des conditions conerètes de fabrication, on adopte un critère ou d'autres ou bien on choisit le régime de coupe contenu dans le domaine des valeurs qui correspondent au prix minimum et à la productivité maximum.

Pour déterminer ce domaine de variation des paramètres du régime de coupe au tournage, on doit procéder de la manière suivante:

Le prix technologique d'execution de l'opération, qui dépend du régime de coupe est déterminé par la relation:

$$C_{teh.}=C_{\Sigma}\cdot \tau_{bm}+C_{\Sigma}\frac{\tau_s}{T}\cdot \tau_{bm}+\frac{C_{ex}}{T}\cdot \tau_{bm}, \qquad (1)$$

dans laquelle C_{Σ} représente le prix total de l'usinage pour 1 minute de travail de la machine-outil et de l'ouvrier, exclusivement les dépenses concernant l'outil; τ_{bm}- le temps de base pour la machine-outil, en minutes; τ_s- le temps de changer l'outil usé, en minutes; C_{ex}- les dépenses déterminés par l'exploitation de l'outil, en période égale de sa durabilité T.

Le temps de base de la machine-outil à l'opération de tournage est déterminé par la relation:

$$\tau_{bm}=\frac{L}{n\cdot s}=\frac{L\pi d}{1000\cdot v\cdot s}, \qquad (2)$$

et la durabilité de l'outil de tours par la dépendance suivante [2]:

$$T=\frac{C_v^{\frac{1}{m}}}{v^{\frac{1}{m}}\cdot t^{\frac{x_v}{m}}\cdot s^{\frac{y_v}{m}}\left(\frac{HB}{200}\right)^{\frac{n_1}{m}}}, \qquad (3)$$

Pour un couple d'usinage donné, le materiel-outil, est donné par l'expression:

$$\frac{C_v^{\frac{1}{m}}}{\left(\frac{HB}{200}\right)^{\frac{n_1}{m}}}=K^{\frac{1}{m}}=const. \qquad (4)$$

Remplaçant les relations (2), (3) et (4) dans la relation (1), à la suite des transformations, de rigueur on obtient:

$$C_{teh.}=\frac{L\pi d}{1000\cdot s}\left[\frac{C_{\Sigma}}{v}+\frac{v^{\frac{1}{m}-1}\cdot t^{\frac{x_v}{m}}\cdot s^{\frac{y_v}{m}}}{K^{\frac{1}{m}}}\left(C_{\Sigma}\tau_s+C_{ex}\right)\right]. \qquad (5)$$

Pour que C_{teh} soit minimum, il faut satisfaire les conditions:

$$\frac{\partial C_{teh}}{\partial s}=\frac{\partial C_{teh}}{\partial v}=0;\ \frac{\partial^2 C_{teh}}{\partial s^2}\cdot\frac{\partial^2 C_{teh}}{\partial v^2}-\frac{\partial^2 C_{teh}}{\partial s\cdot\partial v}>0;\ \frac{\partial^2 C_{teh}}{\partial s^2}>0. \qquad (6)$$

Résolvant le système d'équations (6) on obtient:

$$V_{min}=K\sqrt[\frac{1}{m}]{\frac{C_{\Sigma}}{\left(\frac{1}{m}-1\right)\cdot t^{\frac{x_v}{m}}\cdot s^{\frac{y_v}{m}}\left(C_{\Sigma}\cdot\tau_s+C_{ex}\right)}} \qquad (7)$$

et respectivement:

$$S_{min}=K\sqrt[\frac{y_v}{m}]{\frac{C_{\Sigma}}{\left(\frac{y_v}{m}-1\right)\cdot t^{\frac{x_v}{m}}\cdot v^{\frac{1}{m}}\left(C_{\Sigma}\tau_s+C_{ex}\right)}}, \qquad (8)$$

valeurs du régime de coupe qui assure un C_{teh} minimum.

La productivité technologique, dépendante du régime de coupe peut être écrit de la façon suivante:

$$Q=\frac{60}{\tau_{bm}+\tau_{s.r}}, \qquad (9)$$

où $\tau_{s.r}$ représente le temps de changement et de réglage de l'outil usé, affûté ou bien remplacé, sur la machine-outil, nécessaire pour l'usinage d'une seule pièce:

$$\tau_{s.r}=\frac{\tau_s}{n_T}, \qquad (10)$$

où n_T représente la quantité de pièces exécuté pendant la durabilité T:

$$n_T=\frac{T}{\tau_{bm}}. \qquad (11)$$

Tenant compte des relations (10) et (11), l'expression (9) devient:

$$Q=\frac{60}{\tau_{bm}+\frac{\tau_s}{T}\cdot\tau_{bm}}. \qquad (12)$$

Pour l'opération de tournage, le dénominateur de la relation (12), tenant compte des formules (2) et (3), devient:

$$\tau_{bm} + \tau_{s.r} = \frac{L\pi d}{1000 \cdot s}\left(\frac{1}{v} + \frac{t^{\frac{x_v}{m}} s^{\frac{y_v}{m}}}{K^{\frac{1}{m}}} \cdot \tau_s \cdot v^{\frac{1}{m}-1}\right) \cdot \qquad (13)$$

Pour que Q devient maximum, les conditions suivantes doivent être satisfaites:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial(\tau_{bm} + \tau_{s.r})}{\partial s} = \dfrac{\partial(\tau_{bm} + \tau_{s.r})}{\partial v} = 0, \\ \dfrac{\partial^2(\tau_{bm} + \tau_{s.r})}{\partial s^2} \cdot \dfrac{\partial^2(\tau_{bm} + \tau_{s.r})}{\partial v^2} - \dfrac{\partial^2(\tau_{bm} + \tau_{s.r})}{\partial s \cdot \partial v} > 0, \\ \dfrac{\partial^2(\tau_{bm} + \tau_{s.r})}{\partial s^2} > 0 . \end{cases} \qquad (14)$$

Après avoir résolu le système d'équation (14), on obtient:

$$v_{max} = K \sqrt[\frac{1}{m}]{\frac{1}{\left(\frac{1}{m}-1\right) \cdot t^{\frac{x_v}{m}} \cdot s^{\frac{y_v}{m}} \cdot \tau_s}} \qquad (15)$$

et respectivement:

$$s_{max} = K \sqrt[\frac{y_v}{m}]{\frac{1}{\left(\frac{y_v}{m}-1\right) \cdot t^{\frac{x_v}{m}} \cdot v^{\frac{1}{m}} \cdot \tau_s}} \qquad (16)$$

valeurs du régime de coupe qui assurent une productivité Q maximum.

Si on calcule les rapports:

$$\frac{v_{min}}{v_{max}} = \sqrt[\frac{1}{m}]{\frac{C_\Sigma \cdot \tau_s}{C_\Sigma \tau_s + C_{ex}}} = K_1^{m}, \qquad (17)$$

$$\frac{s_{min}}{s_{max}} = \sqrt[\frac{y_v}{m}]{\frac{C_\Sigma \cdot \tau_s}{C_\Sigma \tau_s + C_{ex}}} = K_1^{\frac{m}{y_v}}, \qquad (18)$$

pour que $v_{min} \longrightarrow v_{max}$ et $s_{min} \longrightarrow s_{max}$, il faut que :

$$\lim \frac{v_{min}}{v_{max}} = \lim \frac{s_{min}}{s_{max}} = 1, \qquad (19)$$

c'est-à-dire on doit satisfaire la condition:

$$C_{ex} \longrightarrow 0, \qquad (20)$$

ce qui implique l'utilisation des dispositives de préréglage de l'outil, ou bien $m \longrightarrow 0$ et $\frac{m}{y_v} \longrightarrow 0$, les conditions qui sont remplies fonction de la nature du matériel usiné.

Conclusions

Tenant compte de ce qu'on a montré au-dessus, on peut tirer les conclusions suivantes:

1. A la conception des procès technologiques d'usinage par tournage, il este nécessaire de calculer le domaine de la variation des paramètres du régime de coupe pour pouvoir choisir les valeurs optima en fonction des exigences de la fabrication.

2. En fonction de la série de produits qui sont exécutés par tournage, il s'impose l'analyse de l'efficacité de l'emploi des dispozitifs de préréglage des outils qui assure un prix minimum d'usinage ainsi qu'une productivité maximum.

3. Au choix des paramètres du régime de coupe on doit tenir compte aussi de la nature du matériel à usiner, pour obtenir un processus d'usinage à haute efficience.

Bibliographie:

[1] BUZATU, C. Contribuţii la studiul factorilor care afectează creşterea preciziei pieselor prelucrate prin strunjire şi rectificare exterioară. Teză de doctorat, Braşov, 1981.

[2] PICOS, C. ş.a. Calculul adaosului de prelucrare şi al regimurilor de aşchiere. Editura tehnică, Bucureşti, 1974.

BUZATU, C.

DETERMINAREA DOMENIULUI OPTIM DE VARIAȚIE A PARAMETRILOR REGIMULUI DE AȘCHIERE LA STRUNJIRE

Rezumat

In lucrare se determină valorile minime și maxime ale vitezei de așchiere și avansului la strunjire din punct de vedere al costului minim de prelucrare și productivității maxime.

DÉTERMINATION DU DOMAINE OPTIME DE VARIATION DES PARAMÈTRES DU RÉGIME DE COUPE AU TOURNAGE

Résume

Dans l'ouvrage on détermine les valeurs minima et maxima de la vitesse de coupe et de l'avance du tournage, de point de vue du prix minimum d'usinage et de la productivité maximum.

LE CALCUL DU SURHAUSSEMENT DES PORTE-OUTILS DESTINES AUX USINAGES AU MOYEN DE COUTEAUX-DISQUE SUR TOURS REVOLVER

dr.ing. Nicolae-Valentin IVAN, lecteur, Université de Braşov.

1. Introduction

On sait que lors des usinages au moyen de couteaux-disque profilés sur tours revolver à l'axe de tourelle horizontale on doit tenir compte de certaines particularités car, sinon, la précision d'usinage et la coupe elle même sont compromises. La principale raison de cette situation est le fait que les tours en question travaillent avec des avances circulaires et non rectilignes [3, 4].

Malheureusement, dans la pra tique usinière on ne tient pas compte de ces particularités, la conséquence immédiate en étant l'utilisation pour la fixation et le réglage de l'outil de porte-couteaux inadéquats qui ne permettent pas le réglage du surhaussement à la valeur optimale.

Par conséquent, le remède des carences précitées est la conception et l'exécution de porte-couteaux adéquats qui permettent le réglage du surhaussement à des valeurs bien déterminées, en fonction des particularités géométriques de la pièce et constructives de l'outil et de la machine-outil.

2. Le calcul du surhaussement des porte-couteaux

En principe, les porte-couteaux destinés aux usinages au moyen de couteaux-disque profilés sur tours revolver à l'axe de tourelle horizontale se présente comme dans la figure 1.

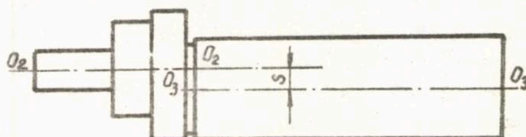


Fig. 1

Il résulte de cette figure que le centre de l'outil (fig. 1 et 2) O_2 doit être surhaussé de la quantité s par rapport au centre O_3 du manche du porte-couteau par lequel celui-ci este fixé dans la tourelle du tour.

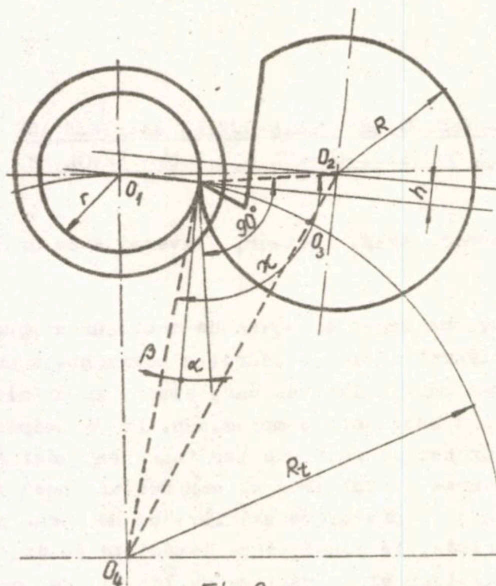


Fig. 2

Entre les grandeurs r, h, α , γ , R, R_t et le surhaussement s du porte-couteau doit exister une relation bien déterminée, autrement la précision imposée à la pièce ne saurait être respectée. Les grandeurs citées plus haut ont les significations suivantes: r - le rayon de la pièce (le plus petit); h - le surhaussement du couteau-disque; α , γ - les angles de pose et de dégagement de l'outil; R - le rayon maximal de l'outil; R_t - le rayon de disposition des alésages de fixation du porte-couteau.

De la figure 2, à partir du theorème de Pythagore généralisé on obtient de façon immediate l'expression du surhaussement s du porte-couteau comme il suit:

$$s = -R_t + \sqrt{R^2 + R_t^2 - 2RR_t \cos \varkappa} \qquad (1)$$

où

$$\varkappa = 90 + \alpha + \beta; \quad \sin\alpha = \frac{h}{R}; \quad \sin\beta = \frac{r}{2R_t} \quad . \qquad (2)$$

Ce n'est qu'en respectant la relation (1) et en connaissant les particularités de ces cas-là d'usinage [3, 4] que l'on peut assurer la précision imposée à la pièce. Malheureusement, dans les ateliers d'usinage par enlèvement de copeaux l'on ignore une telle relation et, donc, l'on ne connaît pas l'instrument par lequel la précision d'usinage peut être maîtrisée.

La relation (1) a l'inconvénient de ne pas être trop simple et celui que, outre cela, on doit connaître les angles α et γ ; autrement dit, la nécessité apparaît de trouver une relation plus simple du point de vue de l'exploitation.

En partant des considérations exposée dans les travaux [3, 4], et compte tenu des relations (2), le radical de l'expression (1)

peut être remplacé par:

$$\sqrt{\ } = \sqrt{\left(-\frac{r}{2}-R\sqrt{1-\frac{h^2}{R^2}}\right)^2+\left(R_t\sqrt{1-\frac{r^2}{4R_t^2}}+h\right)^2} \quad . \qquad (3)$$

En développant en série Mac Laurin [1, 2] les radicaux de l'expression (3) et en négligeant les termes d'ordre supérieur on obtient

$$\sqrt{1-\frac{h^2}{R^2}} = 1-\frac{h^2}{2R^2} \; ; \quad \sqrt{1-\frac{r^2}{4R_t^2}} = 1-\frac{r^2}{8R_t^2} \quad . \qquad (4)$$

A partir des relations (4), (3), (1) l'expression du surhaussement s du porte-couteau devient:

$$s = -R_t+\sqrt{\left(\frac{h^2-2R^2-rR}{2R}\right)^2+\left(\frac{8R_t^2-r^2+8R_t\cdot h}{8R_t}\right)^2} \quad . \qquad (5)$$

La relation (5) est simple du point de vue de son utilisation, le calcul du surhaussement du port-couteau pouvant être fait de manière directe en connaissant h, R (les paramètres de l'outil), r (le paramètre de la pièce) et R_t (le paramètre de la machine-outil).

L'expression (5) suggère l'opportunité de l'emploi de porte-couteaux réglables ayant comme paramètre essentiel le surhaussement $s = f(h, R, r, R_t)$ lequel doit être, pour un certain cas d'usinage, réglé à une valeur bien déterminée, conformément à la relation (5). Nous nous en occuperons dans des travaux futurs.

3. Conclusions

A présent, ne pas respecter la relation (5), vu son ignorance, entraîne de graves carences dues à l'impossibilité d'obtenir la précision d'usinage lors de l'usinage simultané de deux ou plusieurs diamètres de la pièce ainsi qu'à l'aggravation des conditions d'usinage de la pièce. Par conséquent, il est absolument nécessaire que les porte-couteaux soient conçus, exécutés et réglés de telle sorte que la paramètre de base s soit strictement respecté, conformément à la relation (5).

Bibliografie

[1] ALLEN, R.D.G. Analiza matematică pentru economişti. Ed. ştiinţifică, Bucureşti, 1971.

[2] IONESCU, D.V. Complemente de matematici pentru liceu. Ed. didactică şi pedagogică, Bucureşti, 1978.

[3] IVAN, N.V. Asupra prelucrării cu cuţite-disc pentru strunguri revolver. Construcţia de maşini, XXII, 8, 471-475 (1970).

[4] IVAN N.V. Particularităţi în prelucrarea cu cuţite-disc de interior pe strunguri-revolver. Construcţia de maşini, XXIII, 476 - 481 (1971).

IVAN, N. V.

CALCULUL SUPRAINALTARII PORTCUTITELOR DESTINATE PRELUCRARILOR CU CUTITE-DISC PE STRUNGURI REVOLVER

Rezumat

Lucrarea abordează problema optimizării prelucrărilor cu cuţite-disc profilate pe strungurile-revolver cu axa turelei orizontală, aducînd noutăţi în ceea ce privesc proiectarea, execuţia şi reglarea ansamblului cuţit-disc-portcuţit.

LE CALCUL DU SURHAUSSEMENT DES PORTE-OUTILS DESTINES AUX USINAGES AU MOYEN DE COUTEAUX-DISQUE SUR TOURS REVOLVER

Rezumé

Le travail aborde la question de l'optimisation des usinages à couteaux-disque profilés sur des tours revolver à l'axe de la tourelle horizontale en présentant une nouveauté concernant le projet, l'exécution et le réglage de l'ensemble couteau-disque-port-couteau.

SUR LA DÉPENDANCE ENTRE LA DURABILITÉ DE L'OUTIL ET LES PARAMÈTRES DU RÉGIME DE COUPE

ing. Maria-Cornelia IVAN, assistant, Université de Braşov

1. Introduction

Comme on le sait, la relation de dépendance entre la durabilité T et les paramètres v, s, t du régime de coupe est à la base de l'optimisation des conditions de travail sur machines-outils usinant par enlèvment de copeaux. Le plus souvent, lorsqu'il s'agit d'une telle dépendance, on sousentend les relations Taylor et Time-Taylor [11]. Ayant cependant en vue la grand importance de ces dépendances à l'optimisation des processus technologiques, ces résultats-là, obtenus il y a un siècle environ [14] (et utilisés, la plupart, jusqu'à ce jour) sont susceptibles d'être reconsidérés, et pour cause. Dans les conditions actuelles du développement technologique, les écarts, fussent-ils faibles, de l'optimum technologique ne sont plus tolérables. Outre cela, comme un corolaire de ce que l'on vient de dire, de nos jours sont viseés les optimisations complexes où l'on doit véhiculer un nombre très élevé d'informations, et cela, suivant des méthodes et des règles de plus en plus compliquées de point de vue mathématique et où, évidemment, l'emploi des calculatrices électroniques est nécessaire. Mais c'est ce fait même qui impose l'utilisation d'une relation de dépendance T = f (v, s, t) qui soit objective autant que possible de point de vue qualitatif et quantitatif.

Le présent travail se propose de présenter quelques aspects intéressants concernant les conséquences de l'utilisation de telles relations à l'optimisation des processus technologiques, ce qui entraîne la nécessité de déterminer de nouvelles relations T = = f (v,s,t) objectives au possible.

2. Sur l'importance de la dépendance T = f (v,s,t)

L'optimisation des paramètres des régimes de coupe peut se réaliser en tenant compte de plusieurs critères, tels: le coût

d'usinage, la productivité, etc. Afin de mettre en évidence l'importance de la dépendance T = f(v,s,t) à l'optimisation des paramètres de travail des outils de coupe, nous allons nous rapporter en ce qui suit à la diminution du coût d'usinage.

La partie variable du coût d'usinage (Δ c) avec les paramètres v, s, t, T peut être exprimée ainsi:

$$\Delta c = \frac{L \cdot \pi \cdot d}{1000 \cdot v \cdot s} C_m + \frac{L \cdot \pi \cdot d}{1000 \cdot v \cdot s \cdot T} C_s \qquad (1)$$

où: C_m [lei/min] - frais de rétribution de l'opérateur de la machine-outil et l'exploitation de la machine-outil; C_s [lei/affûtage] - frais d'affûtage de l'outil; L [mm] d [mm] - la course de l'outil, respectivement le diamètre de la surface usinée; v [m/min], s [mm/tours] - les paramètres du régim de coupe; T [min] - la durabilité de l'outil.

En remplaçant dans la relation (1) la durabilité T par l'expression généralisée Time-Taylor [11, 12] donnée par:

$$T = \left(\frac{C_v}{v \cdot t^{x_v} \cdot s^{y_v}} \right)^{\frac{1}{m}} \qquad (2)$$

on obtient une expression dont la représentation graphique est donnée dans la figure 1 [2, 3, 9].

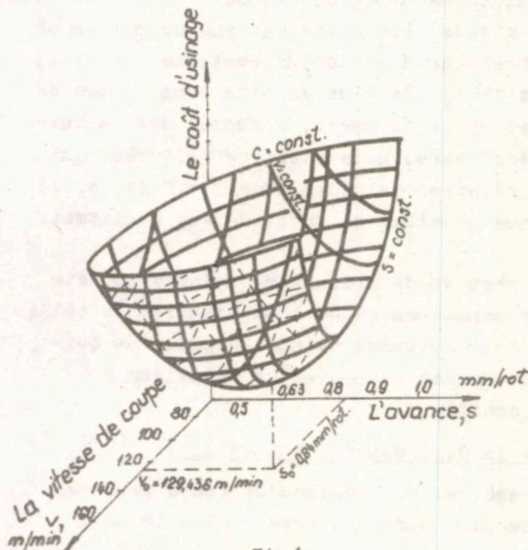


Fig. 1

Les paramètres v, s qui font diminuer la surface de la figure 1 (paramètres optimaux) devraient résulter, conformément aux critères de l'analyse mathématique classique, des conditions d'existence des extremus absolus:

$$\begin{cases} \frac{\partial C}{\partial v} = \frac{\partial C}{\partial s} = 0 \\ \frac{\partial^2 C}{\partial v^2} > 0; \quad \frac{\partial^2 C}{\partial s^2} > 0; \\ \frac{\partial^2 C}{\partial v^2} \cdot \frac{\partial^2 C}{\partial s^2} - \left(\frac{\partial^2 C}{\partial v \cdot \partial s} \right) > 0 \end{cases} \qquad (3)$$

Par suite du développement des calculs en conformité avec les relations (3) on obtient l'expression:

$$v^{\frac{1}{m}} \cdot s^{\frac{y_v}{m}} = \frac{m}{1-m} \cdot \frac{C_m \cdot C_v^{\frac{1}{m}}}{C_s \cdot t^{\frac{x_v}{m}}} \qquad (4)$$

qui permet le calcul de v(s) par la connaissance de s(v).

Au sujet de la relation (4) il est à mentionner qu'elle (ou ses dérivées) est très souvent citée dans la littérature de spécialité (même dans des travaux récents) [15, 1, 13, 6,12,17]. Naturellement, la question qui se pose est de savoir ce qui advient du modèle mathématique (1), de sa représentation graphique, enfin, quelles seront les relations pour le calcul de v et de s si à la place de la relation (2) - dont on use (encore) le plus fréquemment - on utilisait d'autres expressions. Ces derniers temps ont vu paraître dans la littérature de spécialité des travuax de plus en plus nombreux traitant d'une nouvelle dépendance T = f(v.s.t). C'est là le sujet des considérations suivantes.

3. Faut-il dire non a la relation Time-Taylor ?

Sans minimiser l'importance des études de Taylor, les temps sont venus de considérer sa théorie en ensemble d'un oeil circonspect. C'est l'opinion exprimée par plusieurs auteurs [3, 10, 8, 2, 9]. C'est ainsi que l'on affirme au sujet de la relation (2) ou de sa forme simplifiée (relation Taylor):

$$T^m = \frac{C_v}{v} \qquad (5)$$

qu'elle ne correspondent plus - pas même du point de vue qualitatif pour environ 20 à 30 % des usinages, raison pour laquelle dans la littérature de spécialité ont paru des travaux où l'on propose de nouvelles relations de dépendance T = f(v,s,t).

En [6, 10] M. Kronenberg recommande l'expression suivante:

$$T^m = \frac{C_v}{v+k} \qquad (6)$$

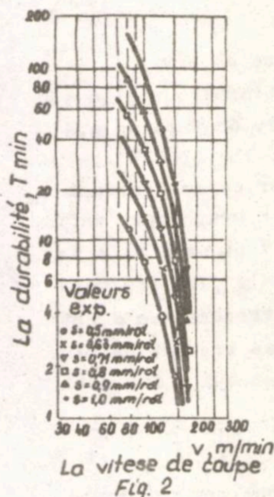
où m, C_r, K sont constants.

M. Horvath [8] propose la suivante formule basée sur l'usure spécifique u_o [μm/1000 m] et l'usure admissible u_a [μm]:

$$T = 10^3 \frac{u_a}{u_o \cdot v} \qquad (7)$$

Une expression très intéressante pour la durabilité est proposée par W.R. Depiereux [2, 3, 9]

$$T = e^{\left(-\frac{R_v}{m} \cdot v^m - \frac{i_s}{n} \cdot s^n + c\right)} \quad . \qquad (8)$$



La vitese de coupe
Fig. 2

A la déduction des relations (6), (7), (8) on est parti de la constatation que la dépendance T = f (v) en coordonnées logarithmiques n'est plus linéaire (fig. 2) [2, 3, 9].

De la détermination de nouvelles relations pour la durabilité se sont également occupées Sofonov, Temcin, Kolding, Granovschii, Koniagov, Ksiunina, Metcilen [7,4,16] etc.

Le tableau 2 présente ces nouvelles relations.

Pour les relations (2), (6), (7),(8) sont présentées dans le tableau 1 quelques données comparatives et très significatives dans la question.

Tab. 1

No	V [m/min]	T [min]				
		16	10	11	9	
		$s = 0{,}3$; $t = 2$	$s = 0{,}3$		$u_a = 500$; $u_o = 10$	$u_a = 50$; $u_o = 5$
1	10	22657123	607	199	5000	1000
2	20	708035	603	165	2500	500
3	30	93239	586	137	1666	333
4	40	22126	558	144	1250	250
5	50	7250	520	96	1000	200
6	60	2913	472	80	833	166
7	70	1348	418	68	714	142
8	80	691	359	57	625	125
9	90	383	299	48	555	111
10	100	226	240	41	500	100
11	110	140	187	35	454	90
12	120	91	140	30	416	83
13	130	61	101	25	384	76

Tab. 2

No	L'auteur	La relation
1a.	F.W. Taylor (1905)	1a. $T=\left(\frac{C_v}{v}\right)^{\frac{1}{m}}$; 1b. $T=\left(\frac{C_v}{v \cdot t^{x_v} \cdot s^{y_v}}\right)^{\frac{1}{m}}$
1b.	Time-Taylor	
2.	Safonov (1933)	$C_T = T \cdot e^{b_v}$
3.	Temcin (1957)	$C_T = T\left(v^{\mu} + \frac{C_T}{T_n}\right)$
4.	Golding (1958)	$H = \frac{1}{b^2}(\lg v - y_o)^2 + \frac{1}{c^2}(\lg T - z_o)^2$
5.	Granovski (1963)	$T = a_o + a_1 \cos y + a_2 \cos 2y + \ldots + a_n \cos ny + b_1 \sin y + \cdots + b_n \sin ny)$
6.	Wu (1963)	$C_T = T_v^{(b_o + b_1 v)}$
7.	Koniiasov et Ksiuniha (1964)	$T = 100 \cdot e^{a(1-\sqrt{1-b(\ln v - \ln v_{100}}\,)}$
8.	Metcilen (1965)	$T = \frac{C_T - av + bv^2}{v}$
9.	M. Horvath (1967)	$T = 10^3 \frac{u_a}{u_o \cdot v}$
10.	W.R. Depiereux (1969)	$T = e^{\left(-\frac{R_v}{m} \cdot v^m - \frac{i_s}{n} \cdot s^n + c\right)}$
11.	Kronenberg (1970)	$T = \left(\frac{C_v}{v+K}\right)^{\frac{1}{n}}$
12.	Palmai (1978)	$T = \sum \Delta t_1 \cdot \left(\frac{v_i}{v}\right)^{-K}$

4. Conclusions

Les résultats présentés dans le tableau 1 font ressortir le fait que toutes les relations de durabilité ne sont pas valables dans la même mesure. C'est sous le même signe d'interrogation que l'on doit mettre l'acceptabilité (sous l'aspect qualitatif et quantitatif) de la relation de forme (2) utilisée (notamment dans des buts didactiques, moins qu'applicatifs, dans l'industrie) chez nous aussi [11, 12]. Il faut souligner que, vu les raisons

techniques et économiques, pour divers cas concrets d'usinage s'impose la reconsidération de certaines relations de dépendance anciennes, voire la détermination de nouvelles relations de dépendance T = f(s, v, t).

Il est nécesaire cette reconsidéré parce que, la relation de dépendance entre la durabilité T et les paramètres v, s, t du régime de coupe est à la base de l'optimisation des conditons de travail sur machines-outils usinant par enlèvement de copeaux et dans les conditions actuelles du développement technologique, les écarts, fussent-ils faibles, de l'optimum technologique ne sont plus tolérables.

Bibliografie

[1] CHARLES, F.C. Optimum cutting speed. American Machinist, 111, 24, 141 (1967).

[2] DEPIEREUX, W.R. Die Ermittlung optimaler Schnittbedingungen insbesondere im Hinblick auf die wirtschaftliche Nutzung numerisch gesteuerter Werkzeugmaschinen. Dissertation T.H. Aachen, 1969.

[3] DEPIEREUX, W.R. Ermittlung optimaler Schnittbedingungen. Industrie-Anzeiger, 92, 32, 711 - 712 (1970).

[4] DUMITRAS, C., MILITARU, C. Aşchierea metalelor şi fiabilitatea sculelor aşchietoare. Ed. tehnică, Bucureşti, 1983.

[5] ERMER, D.S., WU, S.M., The Effect of Experimental Error on the Determination of the Optimum Metal-Cutting Conditions. Journal of Engineering for Industrie, Trans. ASME, B, 89, 2, 315 - 321 (1967).

[6] FIELD, M., ZLATIN, N., WILLIAMS, R., KRONENBERG, M. Computerized Determination and Analysis of Cost and Production Rates for Machining operations. Part 1. Journal of Engineering for Industrie, Trans. ASME, 455 - 466, aug. (1968).

[7] GILIMAN, A.M., BRAHMAN, L.A., BATISCEV, D.I. Optimizaţiia rejimov obrabotki. Maşinostroienie, Moskva, 1972.

[8] HORVATH, M. Módszer egyelü forgácsolászerzámok éltartamának számitására. Gépgyártastechnológia, VII, 12, 556 - 560 (1967).

[9] KÖNING, W., DEPIEREUX, W.R. Wie lassen sich Vorschub und Schnittgeschwindigkeit optimieren ? Industrie-Anzeiger, 91, 61, 1481 - 1484 (1969).

[10] KRONENBERG, M. Replacing the Taylor Formula by a new Tool Life Equation. Int. J. Mach. Des. Res., 10, 193- 202, (1970).

[11] LAZARESCU, D.I. Teoria aşchierii metalelor şi proiectarea sculelor. Ed. didactică şi pedagogică, Bucureşti, 1964.

[12] PICOS, C., ş.a. Calculul adaosurilor de prelucrare şi al regimurilor de aşchiere. Ed. tehnică, Bucureşti, 1974.

[13] SAUER, L.. Optimizarea mărimilor de aşchiere. Teză de doctorat, I.P. Bucureşti, 1970.

[14] TAYLOR, F.W. On the art of metal cutting. Journal of Engineering for Industrie, Trans. ASME, B, 28, 31, 279 (1901).

[15] WEILL, R.. Incidences de la Programmation et de l'Optimalisation des Opérations d'Usinage sur les Etudes Concernant la Coupe des Métaux- Annals of the C.I.R.P., XVII, 4, 417-426, (1969).

[16] WU, S.M., ERMER, D.S., HILL, W.J., An Exploratory Study of Taylor's Tool-Life Equation by Power Transformations. Journal of Engineering for Industry, Trans. ASME, B, 88, 1, 81-92 (1966).

[17] WITTHOFF, J. Die Ermittlung der günstigsten Arbeitsbedingungen bei der spanabhebenden Formgebung. Werkstatt und Betrieb 85, 10, 521-526 (1952).

IVAN, M. C.

PRIVITOR LA DEPENDENTA DINTRE DURABILITATEA SCULEI ŞI PARAMETRII REGIMULUI DE AŞCHIERE

Rezumat

Inscrisă pe linia preocupărilor care vizează optimizarea prelucrărilor pe maşinile-unelte aşchietoare, lucrarea de faţă atrage atenţia asupra necesităţii revizuirii relaţiilor de dependenţa dintre durabilitate şi parametrii regimurilor de aşchiere.

SUR LA DÉPENDANCE ENTRE LA DURABILITÉ DE L'OUTIL ET LES PARAMÈTRES DU RÉGIME DE COUPE

Rezumé

Inscrit sur la ligne des préoccupations visant l'optimisation des usinages sur machines-outils procédant par enlévement de copeaux, le présent travail relève la nécessité de reconsiderer les relations de dépendance entre la durabilité et les paramètres des régimes de coupe.

ANALOG-NUMERISCHE KONVERTIERUNG DES PHASENWINKELS ZWISCHEN DEN ACHSEN EINES SYNCHRONEN ROTATIONSSYSTEMES

Oberassistent Ing. ILIE ALEXE
Universität Brașov

1. Einführung

Analoge Anzeigung der Phasenverschiebung zweier elektrischer Wechselgrössen war das Thema der Arbeit [1] . Die vorliegende Arbeit behandelt die numerische Lösung für das Bestimmen der Phasenverschiebung zwischen zwei elektrischen Wechselgrössen beziehungsweise des Phasenwinkels zwischen den Achsen eines synchronen Rotationssystemes. Die Originalität der Abeit, besteht in der Erzielung einer minimalen Berechnungszeit für jede Drehzahl, mit Aufzeichnung der Information nach zwei Rotationsperioden.

Durch die Ladefrequenzteilung der Zählerregister in Abhängigkeit zur Drehzahl bleibt die Kapazität der Rechenzähler minimal bei jeder Drehzahl.

Die Berechnung des Fehlers bei analog-numerischer Konvertierung veranschaulicht den Vorteil des Systems.

2. Theoretische Anleitungen

Für die mit elektrischen Mitteln unternommene Bestimmung des geometrischen Phasenwinkels zwischen den Achsen eines synchronen Rotationssystems, wird die Drehbewegung mit Hilfe zweier Induktionsgeneratoren, die auf die Achsen montiert werden, in eine harmonische Wechselspannung umgewandelt.

Der Phasenwinkel in hexadezimalen Graden hat den Ausdruck(1):

$$\theta = \frac{\tau}{T} 360, \qquad (1)$$

wo:

- θ - der geometrische Phasenwinkel zwischen den Achsen in hexadezimalen Graden,
- τ - der Phasenwinkel der Wechselspannungen des Induktionsgenerators,

T - die Periode derselben Wechselspannungen.

Für maximale Drehzahl von 8000 Udh/min, entsprechend einer Periode von T_e=8 ms und einen maximalen Phasenwinkel von 180°, dem 180 Impulse pro Periode entsprechen, folgt für die numerische Umwandlung der Grössen τ und T, eine Arbeitsfrequenz von f_1=25 KHz. Für kleinere Drehzahlen folgen bei f_1 immer grössere Kapazitäten der Zähler welche die Gleichung 1 erfüllen. Ausserdem werden die Rechenzeiten immer länger.

Zur Beseitigung dieser Nachteile ist es notwendig, in verschiedenen Drehzahlbereichen, Frequenzen entsprechend der Tabelle 1 und dem Signaldiagramm (Bild 1) zu benutzen.

Tabelle 1.

Drehzahlbereich [Udh/M]	Rotationperiode [ms]	Frequenz für minimal 180 Impulse/T	Frequenz des Taktgenerators	Maximale Rechenzeit ms
> 4000	T_o = 16 ms	f_1 = 25KHz	10 MHz	25 ms
4000 - 2000	16 - 32 ms	f_1/2=12,5KHz	10 MHz	25 ms
2000 - 1000	32 - 64 ms	f_1/4=6,25KHz	10 MHz	25 ms
1000 - 500	64 -128 ms	f_1/8=3,125KHz	10 MHz	25 ms
500 - 250	128 -256 ms	f_1/16=1,56KHz	10 MHz	25 ms

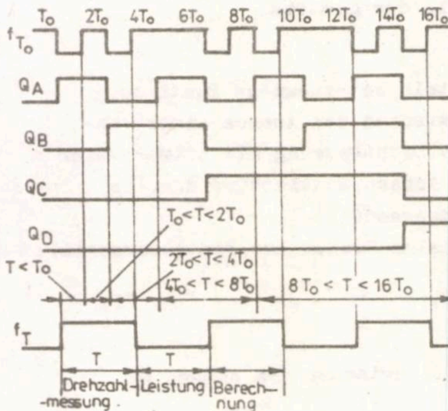


Bild 1.

Die grösste Berechenzeit entspricht einem maximalen Phasenwinkel bei einem unteren Grenzwert des Drehzahlbereiches. Bei Multiplikation muss der Zähler 180x360x2 Impulse vorzählen und bei Divizion dieselbe Anzahl von Impulsen zürückzählen.

Die maximale Berechenzeit ist

$180x360x2x2x10^{-7}$ = 25 ms.

Das Bestimmen des Phasenverschiebungsvorzeichens im Bezug auf die Hauptachse wird in Arbeit [2]vorgestellt.

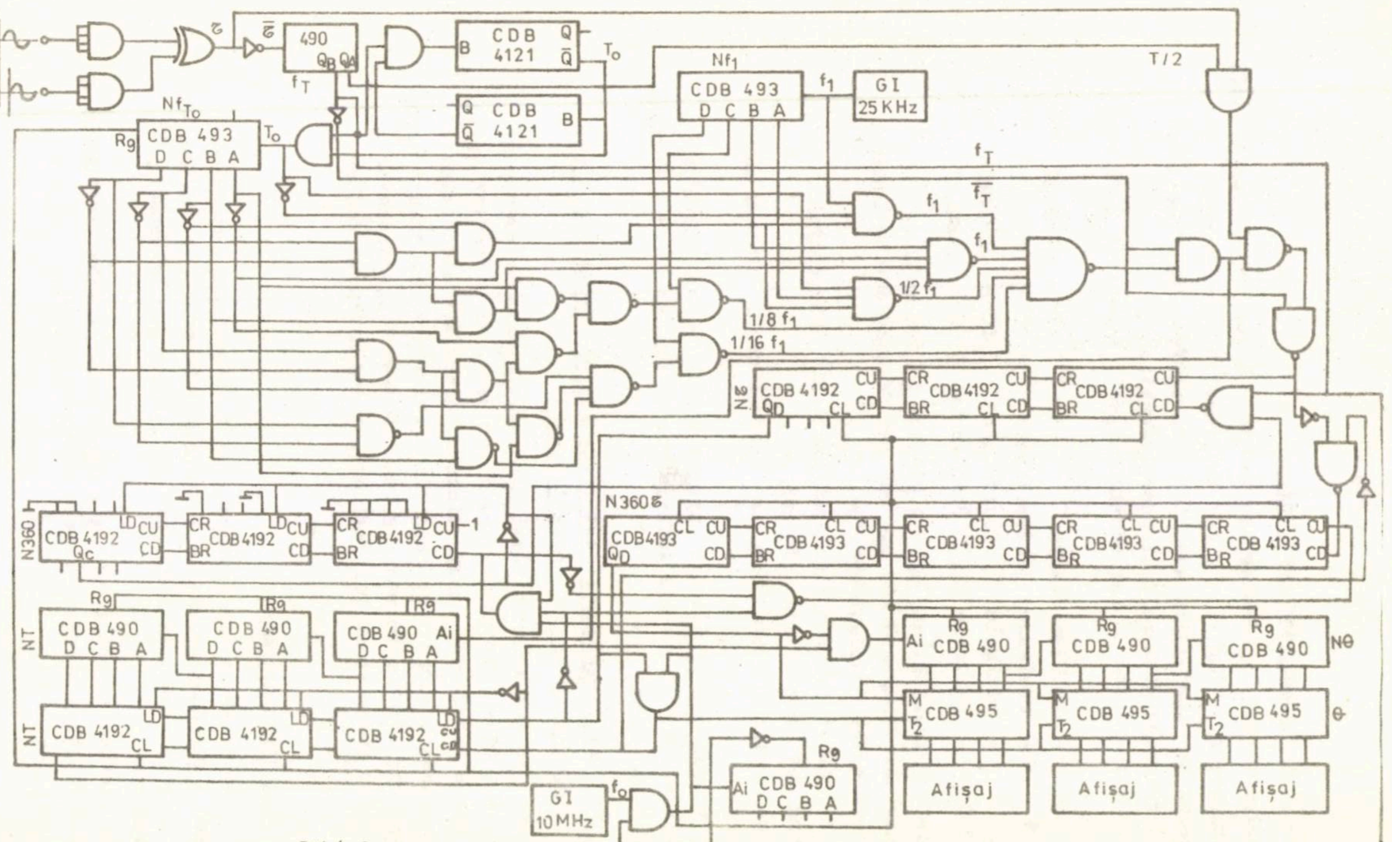

490
CDB 4121
CDB 4121
CDB 493
CDB 493
GI
25 KHz
GI
10 MHz
CDB 4192
CDB 4193
CDB 490
CDB 495
Afişaj
Afişaj
Afişaj
N360
NT
NT
T/2
1/2 f1
1/8 f1
1/16 f1
fT
To

Bild 2

3. Beschreibung der Installation

Aufgrund der Impulsdiagrame aus Bild 1 für den Zyklus ablauf: Drehzahlmessung - Einleitung der Informatien - Berechnung, wurde das Schema der Instaltion aus Bild 2 entworfen. Das Schema umfasst nur Komponenten inländischer Produktion.

Die verwendeten Zähler müssen folgende Kapazität gewährleisten:

N 360	-	360 Positionen	3 IC's	CDB4192
N τ	-	maximale 360Positionen	3 IC's	CDB4192
N T	-	maximale 720Positionen	3 IC's	CDB 490
N360xτ	-	maximale 129600Positionen	5 IC's	CDB4193

Die Originalität der Arbeit besteht in der Methode der Erhaltung des Bezugimpulses f_T und der Teilung der Frequenz f_1 für verschiedene Drehzahlbereiche.

Das logische Gatersystem ermöglicht die automatische Steuerung des Messens und Aufzeichnens.

Der gemessene Winkel wird im Interval von 2 Perioden aufgezeichnet.

Eine Ausnahme bildet der Bereich von 4000-3000 Udh/M für Phasenwinkel > 90°, wo die Aufzeichung im Intervall von 4 Perioden gewährleistet wird.

4. Der Quantisierungseffekt bezüglich der Genauigkeit der analog-numerischen Konvertierung

Da die Information in bestimmten Zeitintervallen erscheint bemerken wir eine Verzögerung bezüglich des realen Phasenwinkels, welche einen Messfehler im dynamischen Ablauf mit sich bringt. Bild 3 veranschaulicht grapfisch den Fehler der analog-digitalen Konvertierung für die Schwankung von 180°/sec Phasenwinkels.

Aus der graphischen Darstellung ist der mittlere Fehler

$\varepsilon_m = 2 \frac{60}{n} \frac{d\theta}{dt}$ ersichtlich.

5. Schlussfolgerungen

Die beschriebene Installation gewährleistet eine hohe Messgenauigkeit für Phasenwinkel mit langsamer Schwankung. Der Messfehler wächst proportional mit der Steigerung der Schwankung $\frac{d\theta}{dt}$ des Phasenwinkels.

Die konstamte Verzögerung mit welcher die Phasenverschiebung aufgezeichnet wird beinträchtigt den Aspekt der Phasenverschiebungsschwankung nicht.

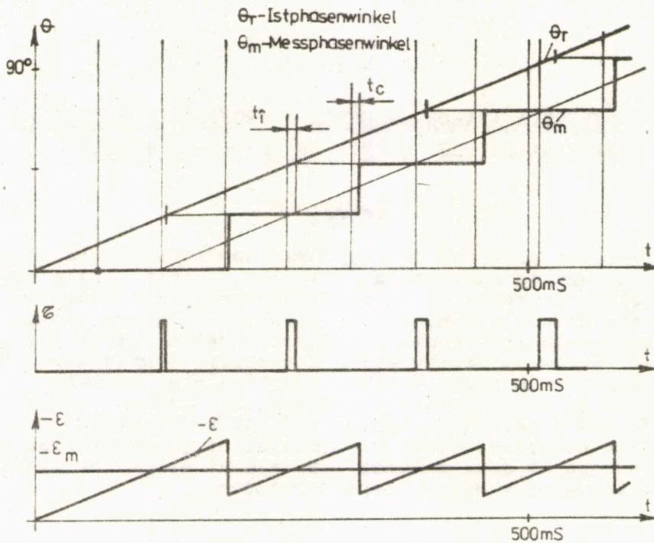


Bild 3.

6. Literatur

[1] ILIE,A. Fazmetru - Extindere laborator Electrotehnică. Contract cu M.E.I., 1982.

[2] ILIE,A. Sistem pentru comanda reversării sensului de numărare a incrementilor de deplasare la maşinile unelte. Buletinul Universităţii din Braşov, vol. XX-B, 1978, pag. 99-102.

ILIE,A.

CONVERSIA ANALOG-NUMERICA A UNGHIULUI DE DEFAZAJ DINTRE AXELE UNUI SISTEM DE ROTATIE SINCRONA

Rezumat

Lucrarea prezintă într-o formă nouă realizarea unui aparat pentru măsurarea numerică a defazajului dintre axele unui sistem de rotaţie sincronă. Se folosesc frecvenţe de încărcare divizate pentru diferite domenii ale turaţiei în scopul obţinerii unui timp de calcul minim şi a unui număr minim de circuite numărător. Calculul erorii arată o precizie foarte mare în regim staţionar iar în regim dinamic o întîrziere datorată timpului de calcul şi de încărcare cu informaţie. Această întîrziere nu deformează variaţia unghiului de defazaj real în cazul unei conversii numeric-analogice. Sistemul se poate utiliza cu rezultate bune la determinarea defazajului arborilor electrici şi a altor mărimi electrice. alternative.

ILIE,A.

ANALOG-DIGITAL CONVERSION OF THE PHASE ANGLE BETWEEN THE AXLES OF AN SYNCHRONOUS ROTATION SYSTEM

Abstract

This proceeding presents in a new form the erection of an instrument for digital measuring of the phase angle between the axles of a synchronous rotation system. There are used divited loading frequences for different ranges of the speed to get a minimal time of computation and a minimal number of counter packeger. The computation of the error shows o very good accuracy of measurement in stationary state and in transient state it shows a delay due to the computation time and to the time necessary to load the information. This delay dwes not change the shift of the real phase angle in the cose of the analog-digital converios. The system can be used with good results to determine the phase of electrical shaft and of ather electrical quantities.

LES CHAMPS ÉLECTRIQUES PRODUITS PAR DES DISTRIBUTIONS UNIFORMES DE CHARGES ÉLECTRIQUES SUR DES CONFIGURATIONS EN FORME DE BANDE INFINIE ET RECTANGLE

Andrei Nicolaide,
Docteur-ingénieur,
Professeur à l'Université de Braşov

On établit des expressions de forme finie pour les potentiels et les intensités des champs électriques produits par certaines distributions de charges électriques.

Ces expressions sont utiles dans les applications, comme c'est le cas du calcul des champs électriques par la méthode des charges équivalentes.

Introduction

Dans certaines applications il est nécessaire de connaître les champs produits par certaines distributions de charges électriques. Deux distributions importantes seront examinées:

a. Dans le cas des champs bidimensionels (plan-parallèles), la distribution uniforme de charge électrique sur la configuration en forme de bande infinie;

b. Dans le cas des champs tridimensionels, la distribution uniforme de charge électrique sur la configuration en forme de plaque rectangulaire.

Un cas, où les distributions de charges mentionnées présentent d'utilité, est celui de l'application de la méthode des charges électriques équivalentes, pour le calcul des champs électriques potentiels. C'est une méthode de calcul numérique efficace pour la résolution de nombreux types de problèmes.

Les distributions de charges électriques mentionnées ont été étudiées depuis longtemps [1, p. 245, 292] , mais non dans le but de leur application dans des procédés numériques, comme c'est le cas de la méthode des charges électriques équivalentes, ce qu'on a fait ultérieurement [2, p. 443, 575] . C'est pourquoi,

certaines des relations de calcul connues dans la littérature [1, p. 245, 292] se rapportent à des situations particulières et ne sont pas convenables pour être utilisées dans le cadre des programmes de calcul numérique. De même, il est nécessaire d'étudier plus précisément les lignes de champ et les surfaces équipotentielles autour de ces distributions. Les études antérieurs relatives à la représentation des lignes de champ et des surfaces équipotentielles ont un caractère plutôt d'orientation.

Pour le calcul des champs produits par les distributions de charges décrites on peut utiliser des méthodes numériques.

Il est utile de mentionner que l'utilisation des méthodes numériques pour l'établissement des grandeurs des champs électriques produits par les configurations décrites, conduit à l'accroissement des durées de calcul et à la réduction de la précision des solutions. Ces inconvénients seront plus accentués encore dans le cas des méthodes numériques, qui impliquent un nombre relativement grand de telles configurations. C'est pourquoi, il est utile de disposer d'expressions de calcul de forme finie.

Le but de ce travail est d'établir des expressions de calcul pouvant être introduites facilement dans des programmes de calcul ainsi qu'une étude très précise des lignes de champ et des lignes équipotentielles dans le cas des distributions de charges électriques mentionnées.

1. <u>La configuration à symétrie plan-parallèle en forme de bande infinie</u>

Sur la figure 1 on peut voir la trace (sur le plan de la figure) d'une bande perpendiculaire à ce plan et le système de coordonnées. La densité de surface de la charge électrique est supposée constante et sera notée par ρ_s.

En utilisant la méthode de la fonction potentiel complexe, on obtient selon [1], [2], les expressions suivantes pour le potentiel et la fonction flux [2, p. 302]:

$$V(x, y) = \frac{\rho_s}{2\pi\varepsilon_0}\left\{(y - a)\ln r_2 - (y + a)\ln r_1 + x(\alpha_2 - \alpha_1) + 2a\ln a\right\} \qquad (1.1)$$

$$F(x, y) = \frac{\rho_s}{2\pi\varepsilon_0}\left\{(\alpha_1 + \alpha_2)a + (\alpha_1 - \alpha_2)y + x \ln \frac{r_2}{r_1}\right\} \qquad (1.2)$$

où les notations sont celles de la figure 1.

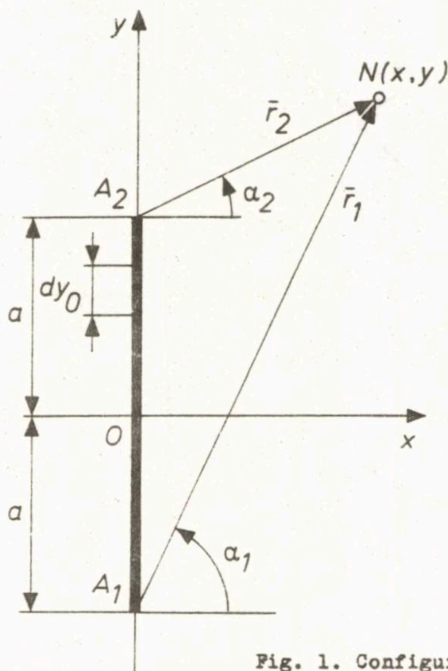
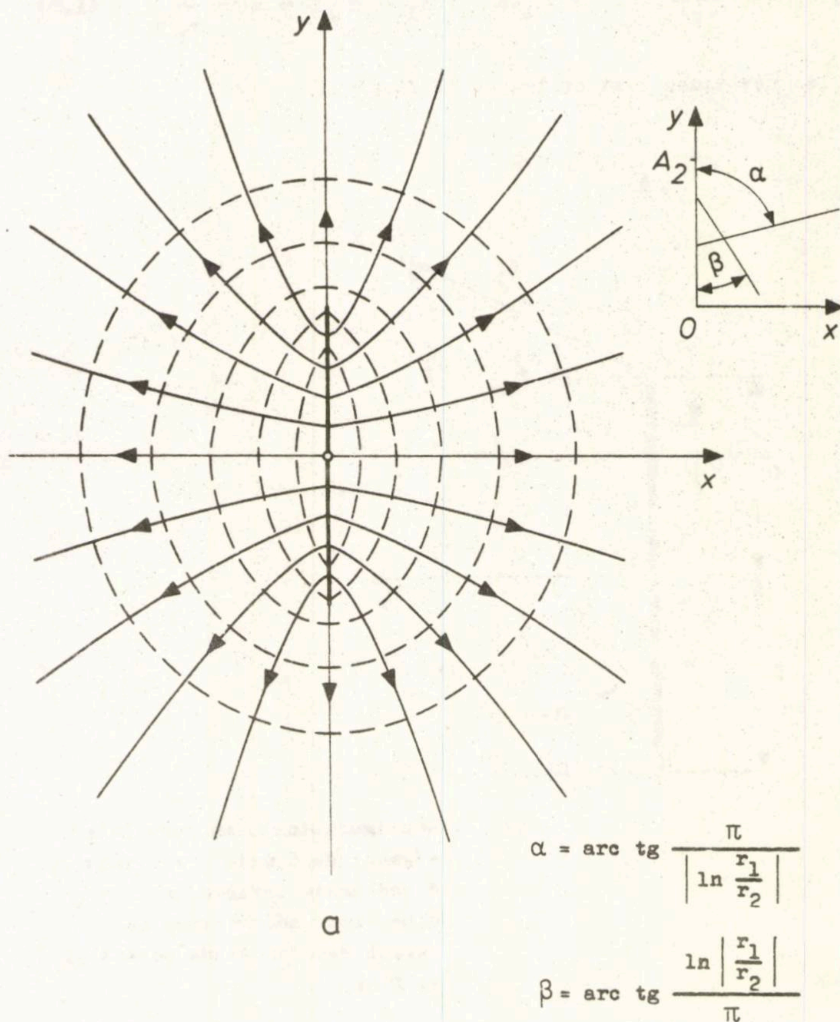


Fig. 1. Configuration plan-parallèle ségment de droite (résultant d'une bande infinie) et les dimensions nécessaires au calcul des fonctions potentiel et flux.

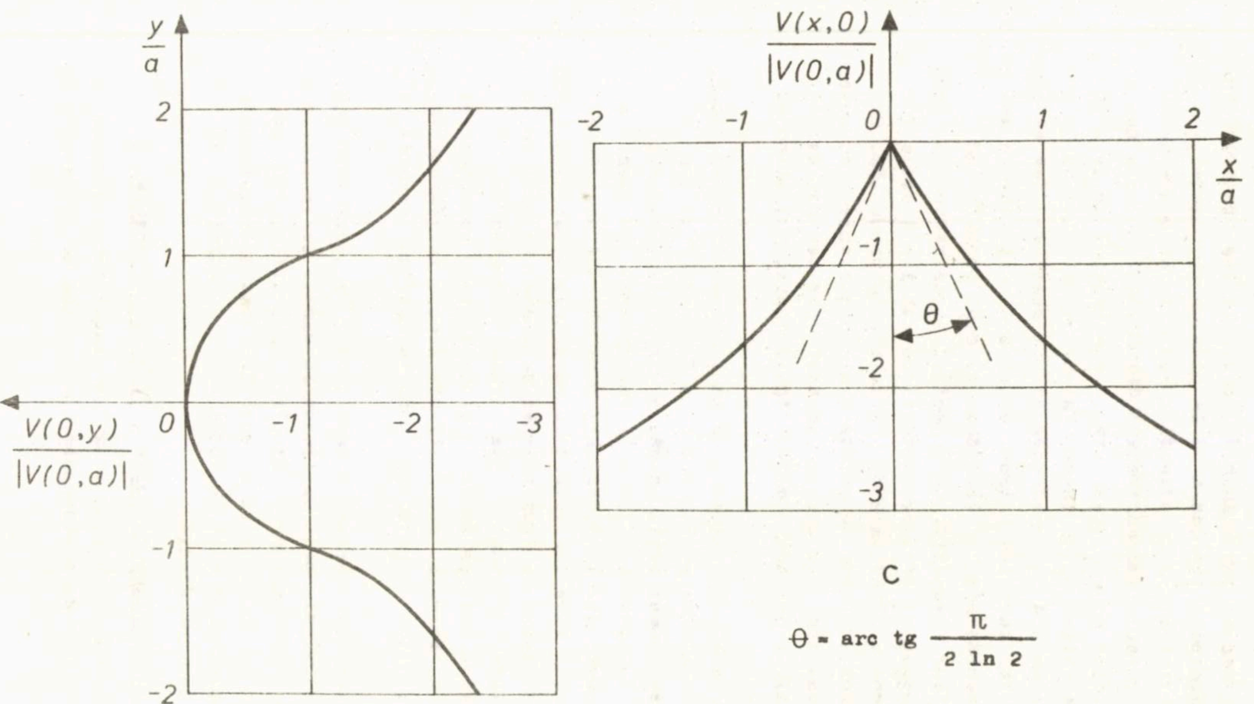
Comme on a procédé dans l'ouvrage [2, p 443, 575], dans tous les cas la bande est apportée, en utilisant des programmes de calcul simples, par une rotation et une translation, dans la position de la figure 1, pour laquelle on connait les expressions de calcul.



$$\alpha = \text{arc tg} \frac{\pi}{\left| \ln \frac{r_1}{r_2} \right|}$$

$$\beta = \text{arc tg} \frac{\ln \left| \frac{r_1}{r_2} \right|}{\pi}$$

Les notations α et β désignent les angles entre les tangentes à une ligne de champ, respectivement une ligne équipotentielle et l'axe des ordonnées au point d'intersection avec l'axe des ordonnées.



$$\theta = \text{arc tg} \frac{\pi}{2 \ln 2}$$

Fig. 2. a - Lignes de champ et lignes équipotentielles; b et c - Courbes de variation du potentiel de la figure 1.

Pour représenter les lignes équipotentielles (intersection des surfaces équipotentielles avec le plan de la figure), en partant de l'origine, où le potentiel est nul, on donne au potentiel des valeurs successivement décroissantes (parce que le potentiel décroît, dans ce cas, avec l'éloignement de la bande , d'une certaine raison. Pour chaque valeur de la fonction potentiel, on donne à la coordonnée x (l'abscisse) des valeurs croissantes d'une certaine raison, et on détermine quelle est la valeur de la coordonnée y (l'ordonnée) pour laquelle on obtient la valeur respective du potentiel. Dans ce but, il faut résoudre une équation transcendente et on utilise à cette fin le sousprogramme SUBROUTINE RTMI de la bibliothéque IBM. On obtient ainsi un ensemble de points pour chaque valeur du potentiel. En traçant les courbes qui passent par ces points, on obtient la famille des courbes des lignes équipotentielles du plan de la figure.

Pour représenter les lignes de la fonction flux, on procède d'une manière analogue en donnant à la fonction flux des valeurs successivement croissantes, à partir de l'axe des abscisses, où la fonction flux a la valeur zéro. On prend la même raison comme pour le potentiel, pour obtenir une représentation pouvant être facilement interpretée. On obtient ainsi la famille des lignes de flux (lignes de champ) du plan de la figure. Les lignes de champ et les lignes équipotentielles construites selon les résultats de l'auteur sont représentées sur la figure 2. De même, sur la figure 2 on a représenté les courbes de variation du potentiel pour la configuration de la figure 1.

De l'examen des courbes de la figure 2, on peut voir que, à une distance relativement petite de la bande, la variation du potentiel n'est pas rapide. Il résulte que l'utilisation des configurations en forme de bande est bien justifiée lorsqu'on évite leur emplacement dans le voisinage trop étroit de la frontière du domaine étudié.

2. La configuration en forme de plaque rectangulaire

Sur la figure 3, on peut voir une plaque rectangulaire et lex axes du système de coordonnées. La densité de surface de la

charge électrique est supposée constante et sera notée par ρ_s .

Par la méthode directe, on obtient l'expression du potentiel en un point N de la figure 3.

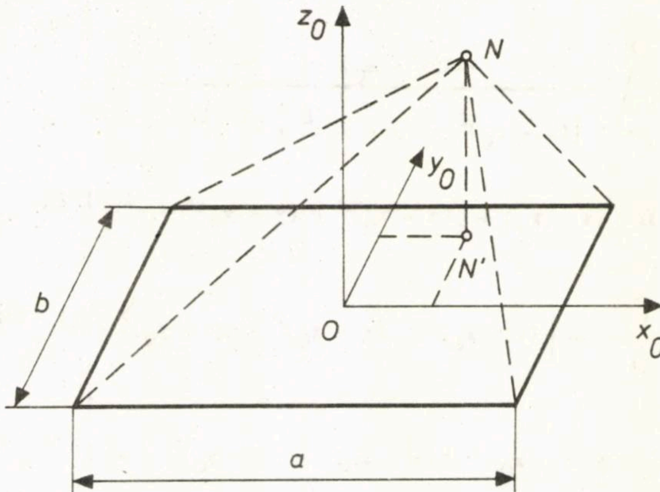


Fig. 3. La configuration plaque rectangulaire pour le calcul du potentiel.

$$V(x, y, z) = \frac{\rho_s}{4\pi\varepsilon_0} \int_S \frac{dS}{r} =$$

$$= \frac{\rho_s}{4\pi\varepsilon_0} \int_{-\frac{b}{2}}^{+\frac{b}{2}} dy_0 \int_{-\frac{a}{2}}^{+\frac{a}{2}} \frac{dx_0}{\left[(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + z^2\right]^{1/2}} . \tag{2.1}$$

On calcule les intégrales indéfinies:

$$I_1 = \int \frac{dx_0}{\left[(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + z^2\right]^{1/2}} =$$

$$= \int \frac{-\,d(x - x_0)}{\left[(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + z^2\right]^{1/2}} =$$

$$= -\ln\left\{(x - x_0) + \left[(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + z^2\right]^{1/2}\right\}, \qquad (2.2)$$

$$I = \int -\ln\left\{(x - x_0) + \left[(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + z^2\right]^{1/2}\right\} dy_0 =$$

$$= \int \ln\left\{(x - x_0) + \left[(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + z^2\right]^{1/2}\right\} d(y - y_0). \qquad (2.3)$$

On obtient:

$$I = (y - y_0)\ln\left\{(x - x_0) + \left[(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + z^2\right]^{1/2}\right\} -$$

$$- \int \frac{y - y_0}{(x - x_0) + \left[(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + z^2\right]^{1/2}}$$

$$\frac{y - y_0}{\left[(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + z^2\right]^{1/2}}\, d(y - y_0). \qquad (2.4)$$

On supposera la quantité $(y - y_0)$ positive, si elle est négative, comme nous l'indiquerons plus loin, les résultats finaux restent les mêmes.

On fait le changement de variable $(y - y_0) \longmapsto t$:

$$t = \left[(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + z^2 \right]^{1/2} ,$$

$$dt = \frac{(y - y_0)\, d(y - y_0)}{\left[(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + z^2 \right]^{1/2}} ,$$

$$(y - y_0)^2 = t^2 - (x - x_0)^2 - z^2 , \qquad (2.5\ a,b,c)$$

où l'on adopte la détermination positive du radical t, pour que ce dernier puisse être introduit dans les relations antérieures, au cas de la détermination négative résulteraient des valeurs imaginaires.

Il résulte:

$$I = (y - y_0) \ln \left\{ (x - x_0) + \left[(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + z^2 \right]^{1/2} \right\} -$$

$$- \int \frac{\left[t^2 - (x - x_0)^2 - z^2 \right]^{1/2}}{(x - x_0) + t}\, dt , \qquad (2.6)$$

où on doit prendre le radical avec le signe de $(y - y_0)$.

On utilise les notations:

$$R = t^2 - (x - x_0)^2 - z^2 = (y - y_0)^2 ,$$

$$u = t + (x - x_0) ,$$

$$R = \left[u - (x - x_0) \right]^2 - (x - x_0)^2 - z^2 = u^2 - 2(x - x_0)u - z^2 =$$

$$= (y - y_0)^2 , \qquad (2.7\ a,b,c)$$

et on obtient:

$$I = (y - y_0) \ln \left\{ (x - x_0) + t \right\} - \int \frac{\sqrt{R}}{u}\, du . \qquad (2.8)$$

Selon [3, p. 95], on connait les relations:

$$\int \frac{\sqrt{R}}{u}\, du = \sqrt{R} + a \int \frac{du}{u\sqrt{R}} + \frac{b}{2} \int \frac{du}{\sqrt{R}} \ , \qquad (2.9)$$

où l'on a introduit:

$$R = cu^2 + bu + a \ ,$$

pour notre cas:

$$R = u^2 - 2(x - x_0)u - z^2 \ ,$$

$$\int \frac{du}{u\sqrt{R}} = \frac{1}{\sqrt{-a}} \text{arc tg} \frac{2a + bu}{2\sqrt{-a}\sqrt{R}} \ , \quad \forall\, a < 0 \ , \qquad (2.10)$$

$$\int \frac{du}{\sqrt{R}} = \frac{1}{\sqrt{c}} \ln\,(2\sqrt{cR} + 2cu + b) \ , \quad \forall\, c > 0 \ . \qquad (2.11)$$

Si la quantité $(y - y_0)$ est positive, on déduit immédiatement les relations suivantes, si elle est négative on introduit une variable à signe changé, on éffectue les calculs de la même manière, on revient à la variable initiale, on rend rationnel le dénominateur, et on obtient le même résultat:

$$I = (y - y_0) \ln\left[(x - x_0) + t\right] - (y - y_0) + (x - x_0) \ln\left[2(y-y_0)+2t\right] -$$

$$- z \,\text{arc tg} \frac{z^2 + (x - x_0)\left[(x - x_0) + t\right]}{z(y - y_0)} \ . \qquad (2.12)$$

On note

$$u_1 = x - x_0 \ ,$$
$$v_1 = y - y_0 \ . \qquad (2.13\ a,b)$$

L'expression de la fonction V doit être symétrique par rapport aux coordonnées x et y. On établit une relation dans le but de séparer la partie symétrique par rapport à x et y. Selon [3, p. 30], on connait la relation:

$$\operatorname{arc\,tg} x + \operatorname{arc\,tg} y = \operatorname{arc\,tg} \frac{x + y}{1 - xy} + \gamma \quad , \tag{2.14}$$

$$\gamma = 0 \quad , \quad \forall \quad xy < 1 \quad ,$$

$$\gamma = \pi \quad , \quad \forall \quad x > 0 \wedge xy > 1 \quad ,$$

$$\gamma = -\pi , \quad \forall \quad x < 0 \wedge xy > 1 \quad , \qquad (2.14\ a,b,c)$$

où pour la fonction trigonométrique inverse on prend la détermination principale

$$\operatorname{arc\,tg} x \in \left(-\frac{\pi}{2}, +\frac{\pi}{2}\right), \ \forall \ x \in (-\infty , +\infty) \ ,$$

donc, on peut établir

$$\operatorname{arc\,tg} \frac{z^2 + u_1(u_1 + t)}{zv_1} = \operatorname{arc\,tg} \frac{u_1 v_1}{zt} + \operatorname{arc\,tg} \frac{z}{v_1} - \gamma \ . \tag{2.15}$$

On obtient

$$I = (y - y_0) \ln\left[(x - x_0) + t\right] + (y - y_0) +$$

$$+ (x - x_0) \ln\left[2(y - y_0) + 2t\right] - z\left[\operatorname{arc\,tg} \frac{(x - x_0)(y - y_0)}{zt} + \right.$$

$$\left. + \operatorname{arc\,tg} \frac{z}{y - y_0} - \gamma\right] . \tag{2.16}$$

On calcule l'intégrale définie:

$$I_D = I \left| \begin{matrix} x_0 = +\frac{a}{2} \\ \\ x_0 = -\frac{a}{2} \end{matrix} \right| \begin{matrix} y_0 = +\frac{b}{2} \\ \\ y_0 = -\frac{b}{2} \end{matrix} \quad . \tag{2.17}$$

Ici, et dans ce qui suit, dans tous les calculs, on tient compte que, les termes de l'intégrale indéfinie qui ne contiennent qu'une seule variable x_0 ou y_0 , après le remplacement des limites doubles, donnent des valeurs nulles.

L'expression (2.17) peut être mise sous la forme:

$$I_D = C_1 - C_2 \ , \qquad (2.18)$$

avec:

$$C_1 = \sum_{n=1}^{2} \sum_{m=1}^{2} (S_{xmn} + S_{ymn}) \ , \qquad (2.19)$$

$$\alpha = -1$$

$$S_{xmn} = \sum_{m=1}^{2} \sum_{n=1}^{2} \alpha^n \alpha^m (y + \alpha^m \frac{b}{2}) \ln \left[(x + \alpha^n \frac{a}{2}) + T_{mn} \right],$$

$$S_{ymn} = \sum_{m=1}^{2} \sum_{n=1}^{2} \alpha^m \alpha^n (x + \alpha^n \frac{a}{2}) \ln \left[(y + \alpha^m \frac{b}{2}) + T_{mn} \right],$$

$$T_{mn} = \left[(x + \alpha^n \frac{a}{2})^2 + (y + \alpha^m \frac{b}{2})^2 + z^2 \right]^{1/2} \ , \qquad (2.20\ a,b,c,d)$$

$$C_2 = \sum_{m=1}^{2} \sum_{n=1}^{2} z \alpha^m \alpha^n (\mathrm{arc\ tg}\ A_{mn} - \gamma_{mn}) \ , \qquad (2.21)$$

$$A_{mn} = \frac{(x + \alpha^n \frac{a}{2})(y + \alpha^m \frac{b}{2})}{z T_{mn}} \ ,$$

$$B_m = \frac{z}{y + \alpha^m \frac{b}{2}} \ , \qquad (2.22\ a,b)$$

$$\gamma_{mn} = 0 , \quad \forall \; A_{mn} B_m \leqslant 1 ,$$

$$\gamma_{mn} = \pi , \quad \forall \; A_{mn} > 0 \quad \wedge A_{mn} B_m > 1 ,$$

$$\gamma_{mn} = -\pi , \quad \forall \; A_{mn} < 0 \quad \wedge A_{mn} B_m > 1 . \qquad (2.22 \text{ c,d,e})$$

L'expression du potentiel en un point N est

$$V(N) = V(x, y, z) = \frac{\rho_s}{4\pi \varepsilon_0} I_D . \qquad (2.23)$$

En tenant compte de la remarque relative à la relation (2.17) on obtient

$$E_x = - \frac{\partial V}{\partial x} = - \frac{\rho_s}{4\pi \varepsilon_0} \sum_{m=1}^{2} \sum_{n=1}^{2} \alpha^m \alpha^n \ln \left[(y + \alpha^m \frac{b}{2}) + T_{mn} \right] , \qquad (2.24)$$

$$E_y = - \frac{\partial V}{\partial y} = - \frac{\rho_s}{4\pi \varepsilon_0} \sum_{m=1}^{2} \sum_{n=1}^{2} \alpha^m \alpha^n \ln \left[(x + \alpha^n \frac{a}{2}) + T_{mn} \right] , \qquad (2.25)$$

$$E_z = - \frac{\partial V}{\partial z} = - \frac{\rho_s}{4\pi \varepsilon_0} \sum_{m=1}^{2} \sum_{n=1}^{2} \alpha^m \alpha^n \operatorname{arc\,tg} A_{mn} . \qquad (2.26)$$

Pour le cas particulier avec $x = - \frac{a}{2}$, $y = - \frac{b}{2}$, on retrouve les expressions de calcul connues antérieurement [2, p. 312] . A la différence des expressions de calcul données antérieurement, les relations (2.18) - (2.26) sont tout à fait convenables pour leur utilisation dans des programmes de calcul.

Bibliografie

[1] Durand, É.: Électrostatique. Tome I - Les distributions. Masson et C-ie, Editeurs, Paris, 1964.

[2] Nicolaide, A.: Bazele fizice ale electrotehnicii, vol. 1. Editura Scrisul Românesc, Craiova, 1983.

[3] Rîjic, I.M., Gradstein, I.S.: Tabele de integrale, sume, serii şi produse. Traducere din limba rusă. Editura Tehnică, Bucureşti, 1955.

NICOLAIDE, A.

CIMPURILE ELECTRICE PRODUSE DE DISTRIBUTII UNIFORME DE SARCINA ELECTRICA PE CONFIGURATII IN FORMA DE BANDA INFINITA SI DREPTUNGHI

Rezumat

Se stabilesc expresii de formă finită pentru potenţialele şi intensităţile cîmpurilor electrice produse de distribuţii uniforme de sarcini electrice pe configuraţii în formă de bandă infinită şi dreptunghi.

Aceste expresii sînt utile în aplicaţii, cum este cazul calculului cîmpurilor electrice prin metoda sarcinilor echivalente.

THE ELECTRIC FIELDS PRODUCED BY UNIFORM DISTRIBUTIONS OF ELECTRIC CHARGES OF CONFIGURATIONS HAVING THE FORM OF INFINITE STRIP AND RECTANGLE

Abstract

Computing expressions of closed form are established for potentials and intensities of the electric fields produced by electric charges distributions on configurations having the form of infinite strip and rectangle.

These expressions are useful for applications, e.g. the computing of electric fields by the equivalent charges method.

BEITRÄGE ZUR EXPERIMENTELLEN BESTIMMUNG DER ELEKTROMECHANISCHEN PARAMETER VON ELEKTRISCHEN ANTRIEBSSYSTEMEN MIT GLEICHSTROMMOTOR

Prof.Dr.Ing.C.Saal, Prof.Dr.Ing.W.Szabo
Universität Braşov.

1. Einführung

Unter der Menge der elektromechanischen Parameter $\{\Pi_{em}\}$ der elektrischen Antriebssysteme versteht man, der Meinung der Autoren nach, die Gesamtheit der Parameter die das Kraftteilsystem des Antriebsystems charakterisieren. Unter diesen Parametern kann man diejenigen der elektrischen Antriebsmaschine, der mechanischen Übertragung und der Arbeitsmaschine unterscheiden. Es wird die Teilmenge der elektrischen und magnetischen Parameter der elektrischen Antriebsmaschine $\{\Pi_e; \Pi_{mg}\}$, sowie die Teilmenge der mechanischen Parameter der Antriebs-und der Arbeitsmaschine, einschliesslich die der mechanischen Übertragung $\{\Pi_m ; \Pi_{am}\}$, betrachtet. Die mechanischen Parameter sind im allgemeinen auf die Motorseite bezogen. Folglich

$$\{\Pi_{em}\} = \{\Pi_e ; \Pi_{mg}\} \cup \{\Pi_m + \Pi_{am}\} . \qquad (1)$$

Die Teilmenge $\{\Pi_e ; \Pi_{mg}\}$ hängt wesentlich vom Typus der elektrischen Antriebsmaschine ab. Im Falle, dass diese eine Fremderregung oder Dauermagnete besitzt, sind in der Teilmenge $\{\Pi_e ; \Pi_{mg}\}$ die Ankerkreisstromparameter R_A, L_A, der Maschinenflussfaktor $k=c\emptyset$, sowie die elektromagnetische Ankerzeitkonstante.

$$\tau_A = \frac{L_A}{R_A} , \qquad (2)$$

enthalten.
In der Teilmenge $\{\Pi_m ; \Pi_{am}\}$ schliesst man die Parameter M_N, Ω_N, J_M, M_W, F, FI, zusammen mit den Zeitkonstanten

$$\tau_D = \frac{J}{F} ; \quad \tau_M = \frac{JR_A}{k^2} , \qquad (3)$$

ein.

Die letzten zwei Grössen kann man mit Hilfe der internen Zeitkonstanten τ_{Di} und τ_{Mi}

$$\tau_{Di} = \frac{J_M}{F} \; ; \; \tau_{Mi} = \frac{J_M R_A}{k^2} \qquad (4)$$

ausdrücken, da folgende Gleichungen bestehen:

$$\tau_D = FI \cdot \tau_{Di} \; ; \; \tau_M = FI \cdot \tau_{Mi} \qquad (3')$$

Im Übergangsverhalten der elektrischen Antriebssysteme mit Gleichstrommotor kommen auch die dimensionslosen Verhältnisse der Zeitkonstanten

$$\delta = \frac{\tau_A}{\tau_M} = \frac{\delta'}{FI} \; ; \; \gamma = \frac{\tau_A}{\tau_D} = \frac{\gamma'}{FI} \; ; \; \rho = \frac{\tau_M}{\tau_D} = \frac{\gamma}{\delta} = \frac{\gamma'}{\delta'} \qquad (5)$$

vor, wobei

$$\delta' = \frac{\tau_A}{\tau_{Mi}} \; ; \; \gamma' = \frac{\tau_A}{\tau_{Di}} \, . \qquad (6)$$

2. Analyse der bekannten experimentellen Bestimmungsmethoden der elektromechanischen Parameter

Die vorgezeigten elektromechanischen Parameter können auf experimentelle Weise durch einzelne Versuche bestimmt werden, nach verschiedenen in der Literatur dargelegten Methoden. Diese Methoden sind ebenfalls in der Arbeit [1] dargestellt. Ihre gemeinsamen Nachteile bestehen in der langen für ihr Durchführen benötigte Zeit, sowie an der Notwendigkeit der Existenz der vielfältigen experimentellen Einrichtungen. Es soll noch darauf hingewiesen werden dass die einzelnen Versuche nicht unter den entsprechenen Bedingungen stattfinden, unter denen die verschiedenen dynamischen Prozesse herauskommen, Prozesse die gerade heutzutage vom besonderem Interesse sind. Die Pasek'sche Methode, in der alten Arbeit [2] vorgestellt, vielleicht die älteste dynamische Bestimmungsmethode, benützt den Leerhochlauf des Gleichstrommotors, bzw. das einfachste ihm zugeordnete Modell, zweiter Ordnung, mit 21 in den Arbeiten [3] , [4] symbolisiert. Seine Methode gestattet aber nicht die Bestimmung der mechanischen Parameter des Kraftteilsystems des Antriebes. Sie hat aber andere spätere Arbeiten angeregt, unter anderen die von W.Lord und J.H.Hwang (man zitiert hier nur die Arbeit [5]) und A.Ia.Smidt [6] .

Die Benützung der linearen mathematischen Modelle zweiter Ordnung für das Verhalten der elektrischen Antriebssysteme, z.B. 24 [3], [4] , hatte mathematische Komplikationen zur Folge. Im allgemeinen handelte es sich um die experimentelle Bestimmung, unter Belastung, des zeitlichen Verlaufes des Anlaufankerstromes. Obgleich dieser genügende Informationen enthält, blieben einige Parameter unberechnet und andere wurden nur mit ziemlich komplizierten numerischen Lösungsmethoden erhalten [6] , [7] . In der Arbeit [8] wird eine Methode dargestellt, die nur den zeitlichen Verlauf des Anlaufankerstromes verwertet, indem man nur das mathematische Modell 24 benützt.

3. Prinzip der empfohlenen Methode

In dieser Arbeit schlägt man eine neue Methode für die globale dynamische experimentelle Bestimmung der elektromechanischen Parameter der elektrischen Antriebssysteme, vor. Der Antriebsmotor sei mit konstantem Erregerfluss (Fremderregung oder Dauermagnete), unter Vernachlässigung des Einflusses der Ankerrückwirkung. Es wird ein Leerhochlaufversuch des von mechanischer Übertragung und Arbeitsmaschine getrennten Antriebsmotors durchgeführt, sowie ein Lasthochlaufversuch. Die beiden Versuche betreffen den Anlauf des Motors mit konstanter angelegter Ankerreisspannung und einem unveränderten Ankerkreiswiderstand. Der Ankerstromkreis kann eventuell einen Vorwiderstand für die Begrenzung der Stromspitze enthalten. In diesen Versuchen sind nur einige bestimmten Werte von den zeitlichen Verläufen der Ankerströme $i_{21}(t)$ - beim Leerhochlaufversuch - und $i_{24}(t)$ - beim Lasthochlaufversuch (Bild 1) von Bedeutung. Durch die Erregerwicklung, falls vorhanden, wird der Nennstrom I_{eN} fliessen. Man bestimmt noch experimentellerweise, wie später angegeben wird, den Ankerkreisstrom I_W, der konstanten Komponente M_W des statischen Momentes, auf die Motorseite bezogen, entsprechend, sowie die mechanische Winkelgeschwindigkeit Ω_{24} und den Ankerkreisstrom I_{24}, beide Grössen im Dauerbetrieb.

3.1. Berechnungshypothesen

Elektrische, magnetische und mechanische Parameter werden als konstant vorausgesetzt. Unter diesen Bedingungen können die Zustandsgleichungen des elektrischen Antriebssystems wie folgt geschrieben werden:

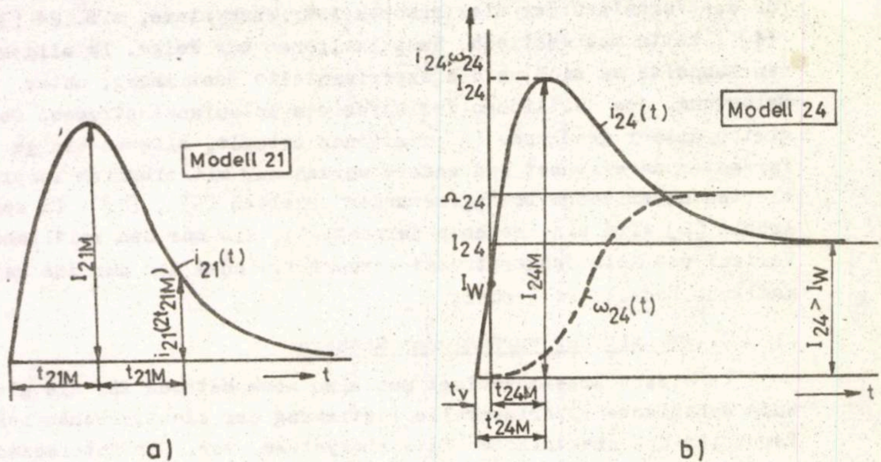


Bild 1.

$$\tau_A \frac{di_A}{dt} = I_{st} - i_A - \frac{k}{R_A}\,\omega \quad ; \tag{7}$$

$$\frac{k}{R_A}\,\tau_M \frac{d\omega}{dt} = i_A - \frac{J}{k\,\tau_D}\,\omega - I_W \,.$$

Diese Gleichungen erhält man aus der Spannungengleichung im Ankerstromkreis (die elektrische Antriebsmaschine ist als Motor anzusehen) und aus der Bewegungsgleichung des elektrischen Antriebssystems (J=konst.). Im Gleichungensystem (6) sind der Ankerkreisstrom i_A und die mechanische Winkelgeschwindigkeit des Motors Zeitfunktionen; es wurden folgende Symbole eingeführt:

$$I_{st} = \frac{U}{R_A} \quad ; \quad I_W = \frac{M_W}{k} \quad ; \quad k = c\,\emptyset \quad , \tag{8}$$

wobei der Maschinenflussfaktor k als konstant angenommen wird (der magnetische Fluss beim Hauptpol in dem Luftspalt ϕ sei konstant, bzw. die elektrische Maschine vollständig kompensiert).
Das Gleichungensystem (6) wurde unter der Annahme geschrieben dass der Ausdruck des statischen Momentes $M_W + F\omega$ sei, wobei M_W=konst. sein passiver Teil und F=konst. ein Reibfaktor sind.
In Leerbetrieb ist selbstverständlich $M_W=0, F=0$ ($\tau_D^{-1}=0$). Dazu sind aber im Lastbetrieb die gesamten elektromechanischen Parameter von Null verschieden.

3.2. Die verwendeten mathematischen Modelle

Mit den Hypothesen 3.1. ist das mathematische Modell im Leerhochlauf des Antriebsmotors 21 [3], [4]. Unter Annahme eines dynamischen aperiodischen Anlaufbetriebes ($4\delta' < 1$), ist der normierte Ankerkreisstrom

$$i^*_{21} = \frac{i_{21}}{I_{st}} = \frac{2}{\Omega_{1*}} e^{-t^*} \sinh(\Omega_{1*} t^*). \qquad (9)$$

Im mathematischen Modell 21 sind in den Gleichungen (7)

$$\tau_A \neq 0 \; (L_A \neq 0), M_W = 0 \quad \text{und} \quad F = 0 \; (\tau_D^{-1} = 0).$$

Im Lasthochlauf des mit der Arbeitsmaschine gekuppelten elektrischen Antriebssystems ist das mathematische zugeschriebene Modell 24 [3], [4]. In diesem Modell sind τ_A, L_A, M_W, F und τ_D verschieden von Null. Unter derselben Annahme eines aperiodischen Anlaufbetriebes $[(1-\gamma)^2 > 4\delta]$, ist der normierte Ankerkreisstrom.

$$i^*_{24} = \frac{i_{24}}{I_{24}} = 1 + A_{24} e^{-at^*} \frac{\sinh(\Omega_{2*} t^* - \sigma_{24})}{\sinh \sigma_{24}}, \qquad (10)$$

wobei I_{24} der Dauerbetriebswert des Ankerkreisstromes ist.

Tafel 1. Reale Hilfskonstanten (Gl.(8),(9),(11),(8'),(9'))

1. Aperiodische Betriebsart

$$a = 1 + \gamma \; ; \qquad A_{24} = \frac{1 - I^*_W}{\rho + I^*_W} \rho ; \quad I^*_W = \frac{I_W}{I_{st}} \; ;$$

$$\Omega_{1*} = \sqrt{1 - 4\delta'} \; ; \quad \Omega_{2*} = \sqrt{(1-\gamma)^2 - 4\delta} \; ;$$

$$\tanh \sigma_{24} = \frac{\rho\,\Omega_{2*}}{2 + (1-\gamma)\rho} = \frac{\rho\,\Omega_{2*}}{2 + (2-a)\rho} \; ;$$

(ρ, δ, δ', γ - siehe Gl.(5),(5')).

2. Schwingende, gedämpfte Betriebsart

$$\Omega'_{1*} = \sqrt{4\delta' - 1} \; ; \quad \Omega'_{2*} = \sqrt{4\delta - (1-\gamma)^2} \; ;$$

$$\tan \sigma'_{24} = \frac{\rho\,\Omega'_{2*}}{2 + (1-\gamma)\rho} = \frac{\rho\,\Omega'_{2*}}{2 + (2-a)\rho} \; ;$$

[a, A_{24} - 1°, weiter oben; ρ, γ - Gl.(5),(5')].

Im Tafel 1 sind die verschiedenen reellen Hilfskonstanten, die in dem Gl.(9) und (10) eingeführt wurden, wiedergegeben. Die normierte Zeit t^{*} ist

$$t^{*} = \frac{t}{2\tau_A} . \qquad (11)$$

Der Dauerbetriebsstrom hat den Ausdruck

$$I_{24} = \frac{\rho + I_W^{*}}{1 + \rho} \cdot I_{st} \qquad (12)$$

und die mechanische Winkelgeschwindigkeit im Dauerbetrieb ist

$$\Omega_{24} = \Omega_0 (1 - I_{24}^{*}) . \qquad (13)$$

3.3. Eingangsgrössen, experimentell bestimmt

Aus dem graphischen zeitlichen Verlaufe des Leerhochlaufankerstromes $i_{21}(t)$, Bild 1,a, werden der maximale Ankerstrom $I_{21M} = I_{21M} = i_{21}(t_{21M})$, die Zeit nach welcher dieser Strom t_{21M} auftritt, sowie der Strom $i_{21}(2t_{21M})$ bestimmt. Aus dem zeitlichen Verlauf des Ankerstromes im Lastanlauf $i_{24}(t)$ werden der maximale Strom $I_{24M} = i_{24}(t_{24M})$, die Zeit des Auftretens dieses Stromes t_{24M}, der Dauerbetriebstrom I_{24} (Bild 1,b), sowie die mechanische Winkelgeschwindigkeit Ω_{24} im Dauerbetrieb des Motors, bestimmt. Als gemessen wird die konstante angelegte Ankerspannung U angenommen. Im Lastversuch entspricht der Strom I_W der unbekannten konstanten Komponente M_W des statischen Momentes und besitzt eine passive Natur. Der Strom $I_W = M_W/k$ wird unter Anlegung einer konstanten Spannung an den Ankerstromkreis des Motors, mit Hilfe eines Begrenzungsvorwiderstandes R_1, bestimmt. Durch Verkleinern des Widerstandes wird der Rotor in einem bestimmten Augenblick sich zu drehen beginnen (der Erregungsstrom des Motors ist konstant und gleich dem Nennerregungsstrom). Der in diesem Moment auf dem Ampermeter g (Bild 2) gelesene Strom ist gleich I_W.

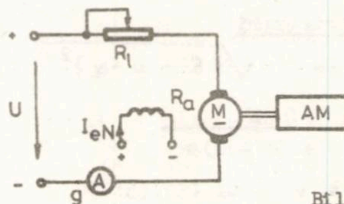


Bild 2.

3.4. Vorsichtsmassnahmen betreffend die Bestimmung der zeitlichen Ankerstromverläufe

Für die Aufnahme der zeitlichen Ankerstromverläufe in Leer- und Lasthochlauf, kann man einen mit Messschleifen ausgestatteten elektromechanischen Oszillographen oder einen Speicheroszillographen , benützen, Im ersten Fall empfiehlt sich, um einen kleineren Messfehler erhalten zu können, eine adäquate Korrelation von Verschiebungsgeschwindigkeit des Photopapieres und Dauer des transienten Prozesses, die Benützung einer-inneren oder äusseren- präzisen Zeitbasis für die Festlegung des Zeitmassstabes, sowie das Eichen der benützten Messschleife mit einem mit Präzision bestimmten Gleichstrom.

4. Bestimmung der elektromechanischen Parameter

4.1. Berechnung einiger Parameter im Leerhochlaufversuch

Man kann die Existenz der folgenden Gleichung (schon in der Arbeit [2] , mit anderen Fromelzeichen angeführt) nachprüfen:

$$I_{21M}^2 = I_{st} i_{21}(2t_{21M}) \ .$$

Diese gestattet die Bestimmung des Stromes, der im Dauerbetrieb durch die Ankerwicklung des blockierten Rotors fliessen würde,

$$I_{st} = \frac{U}{R_A} = \frac{I_{21M}^2}{i_{21}(2t_{21M})} \ . \qquad (14)$$

Mit diesem kann man auch den normierten maximalen Anlaufstrom,

$$I_{21M}^{*} = \frac{I_{21M}}{I_{st}} \ , \qquad (15)$$

berechnen.
Der Widerstand des Ankerstromkreises wird jetzt

$$R_A = \frac{U}{I_{st}} \ . \qquad (16)$$

Durch Berücksichtigung der Gl. $di_{21}^{*}/dt^{*} = 0$ erhält man den analytischen Ausdruck der normierten Zeit t_{21M}^{*} , bei der normierte maximale Leerhochlaufstrom I_{21M}^{*} auftritt, d.h.

$$t_{21M}^{*} = \frac{\text{arc tanh}\ \Omega_{1*}}{\Omega_{1*}} = \frac{\text{arc tanh}\sqrt{1 - 4\sigma'}}{\sqrt{1 - 4\sigma'}} \qquad (17)$$

Ebenfalls erhält man auch

$$I^{*}_{21M} = i^{*}_{21}(t^{*}_{21M}) = \frac{2}{\Omega_{1*}}\exp(-t^{*}_{21M})\sinh(\Omega_{1*}t^{*}_{21M}) = \frac{1}{\sqrt{\delta'}}\exp(-t^{*}_{21M}), \qquad (18)$$

oder

$$\sqrt{\delta'}\exp(t^{*}_{21M}) = \sqrt{\delta'}\exp\left(\frac{\operatorname{arc\,tanh}\Omega_{1*}}{\Omega_{1*}}\right) = \delta'\exp\left(\frac{\operatorname{arc\,tanh}\sqrt{1-4\delta'}}{\sqrt{1-4\delta'}}\right) = \frac{1}{I^{*}_{21M}} \qquad (19)$$

unter Annahme eines dynamischen aperiodischen Anlaufbetriebes $(1-4\delta' > 0)$, wobei I^{*}_{21M} schon experimentell bekannt ist. Nach einigen Iterationen kann man δ' bestimmen $(0 < \delta' \leq 0{,}25)$ und danach t^{*}_{21M} mit Hilfe der Gl. (17).

Jetzt kann man die elektromagnetische Zeitkonstante des Ankerkreises berechnen. Weil

$$t^{*}_{21M} = \frac{t_{21M}}{2\tau_A} = \frac{\operatorname{arc\,tanh}\sqrt{1-4\delta'}}{\sqrt{1-4\delta'}} \qquad (20)$$

ist, dann folgt

$$\tau_A = \frac{t_{21M}}{2t^{*}_{21M}} . \qquad (21)$$

Die Induktivität des Ankerkreises beträgt

$$L_A = R_A\,\tau_A \qquad (22)$$

und die interne elektromechanische Zeitkonstante

$$\tau_{Mi} = \frac{\tau_A}{\delta'} . \qquad (23)$$

Bei den Gleichstrommotoren mit Permanentmagneten wird gewöhnlich, von der Kontruktionsfirma, der Maschinenflussfaktor k angegeben. Die Nennleerwinkelgeschwindigkeit ist

$$\Omega_{oN} = \frac{U_N}{k} \qquad (24)$$

und das elektromagnetische Nennmoment des Motors

$$M_N = kI_{AN}, \qquad (25)$$

mit I_{AN} den Nennstrom im Ankerstromkreis. Das interne Trägheitsmoment kann jetzt bestimmt werden,

$$J_M = \frac{k^2\,\tau_{Mi}}{R_A} . \qquad (26)$$

Bei den Motoren mit Fremderregung wird für die Feststellung des Maschinenflussfaktors von dem berechneten Widerstand R_A der eventuelle Vorwiderstand R_1 abgezogen. Auf dieser Weise erhält man den

Ankerwicklungswiderstand R_A, addiert mit demjenigen der Wendepolen und mit dem Bürstenübergangswiderstand,

$$R_a = R_A - R_l. \qquad (27)$$

Der Maschinenflussfaktor wird danach aus den Nenngrössen des Antriebsmotors berechnet,

$$k = \frac{U_N - R_a I_{AN}}{\Omega_N} = \frac{30(U_N - R_a I_{AN})}{n_N} \quad ; \qquad (28)$$

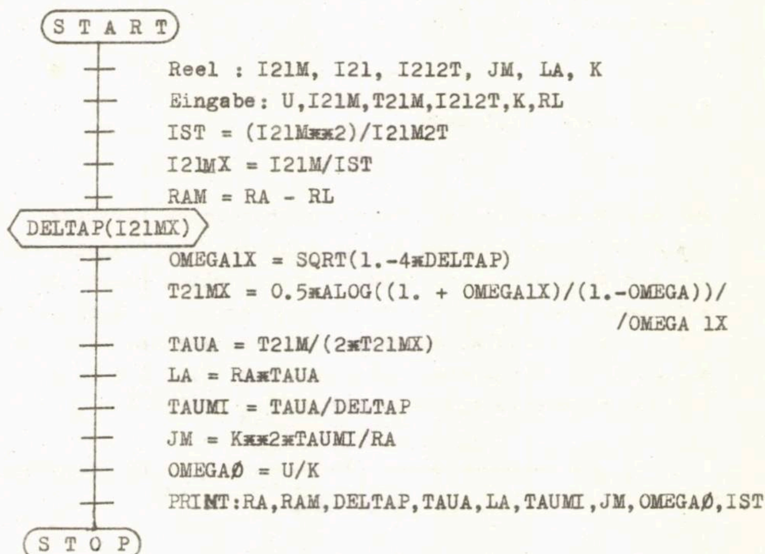


Bild 3.

hier bedeuten n_N (min^{-1}) und Ω_N(rad/s) die mechanische Nennwinkelgeschwindigkeit. Im Bild 3 ist der Programmablaufplan für die Verwertung des Leerhochlaufversuches wiedergegeben.

4.3. Festlegung der anderen Parameter aus dem Lasthochlaufversuch

Der Lastdauerbetriebsstrom ist

$$I_{24} = \frac{\rho + I^*_M}{1 + \rho} I_{st}. \qquad (29)$$

Wenn einmal $I^*_{24} = I_{24}/I_{st}$ bekannt ist, erhält man das adimensionale Verhältnis

$$\rho = \frac{I^*_{24} - I^*_W}{1 - I^*_{24}} , \qquad (3o)$$

und den zähflüssigen Reibfaktor

$$F = \frac{k^2 \rho}{R_A} . \qquad (31)$$

Falls weder die Nenngrössen des Antriebsmotors noch der Maschinenflussfaktor k bekannt sind, ist die Kenntnis der Dauerbetriebswinkelgeschwindigkeit nötig,

$$\Omega_{24} = \Omega_o(1 - I^*_{24}). \qquad (32)$$

Daraus wird die Leerlaufwinkelgeschwindigkeit, entsprechend der Spannung U, festgelegt,

$$\Omega_o = \frac{\Omega_{24}}{1 - I^*_{24}} . \qquad (33)$$

Da $\Omega_o = U/k$, folgt dass

$$k = \frac{U}{\Omega_o} . \qquad (34)$$

Für die Bestimmung der anderen mechanischen Parameter, bei denen die Arbeitsmaschine und die mechanische Ubertragung auftreten, ist die Kenntnis des Verhältnisses unumgänglich (Gl.(5_2)), welches im Ausdrucke von i^*_{24} auftritt. Dieser normierte Strom ist von Gl.(9), für einen aperiodischen Anlaufbetrieb, gegeben. Von der Gleichung $di^*_{24}/dt^* = 0$ ausgehend, berechnet man t^*_{24M}, die normierte Zeit in der der normierte maximale Stron I^*_{24M} auftritt,

$$t^*_{24M} = \frac{\text{ar tanh} \sqrt{1 - \frac{4}{\rho(1-\gamma)^2}}}{|1 - \gamma| \sqrt{1 - \frac{4\gamma}{\rho(1-\gamma)^2}}} = \frac{1}{\Omega_{2*}} \text{ ar tanh}\left(\frac{\Omega_{2*}}{1-\gamma}\right). \qquad (35)$$

In der obigen Gleichung kennt man t^*_{24M} und ρ (t_{24M} ist experimentell bestimmt Bild 1,b, und $2\ \tau_A$, mit welchem die Normierung ausgeführt wird, ist schon vom Leerhochlaufversuch bekannt), aber die Lösung dieser Gleichung kann nur mit numerischen Methoden verwirklicht werden. Im Folgenden wird ein anderes Verfahren für die Bestimmung von γ vorgezogen, das, obgleich auch zu einer transzendenten Gleichung führend, viel einfacher ist.

Die Zeit $t'_{24M} = t_v + t_{24M}$ (Bild 1,b) kann leicht experimentell festgestellt werden. Hier ist t_v die Verzugszeit, also die Zeit zwischen dem Anlegen der Ankerspannung und dem Drehbeginn des Rotors. Dieser Augenblick entspricht dem Werte I_W des Ankerkreisstromes. Aber die Verzugszeit kann aus dem zeitlichen Verlauf des Ankerstromes (Bild 1,b), da I_W bekannt ist, oder analytisch, weil t_v die Beziehung

$$I_W = I_{st}(1 - e^{-t_v/\tau_A})$$

erfüllt, berechnet werden. Daraus folgt

$$t_v = - \tau_A \ln(1 - I_W^*) \;. \tag{36}$$

und damit

$$t_{24M} = t'_{24M} - t_v \;; \quad t_{24M}^* = \frac{t_{24M}}{2\tau_A} \;. \tag{37}$$

Nachdem t_{24M}^* in Gl.(9) eingesetzt wird, erhält men nach einigen Rechnungen,

$$I_{24M}^* = 1 + \frac{1 - I_W^*}{\rho + I_W^*}\sqrt{\frac{\rho'}{\gamma}} \exp\left[-(1+\gamma)t_{24M}^*\right]; \tag{38}$$

von hier ergibt sich die folgende Gleichung in γ :

$$\gamma\, d^{1+\gamma} = D \;. \tag{39}$$

Die konstanten reellen adimensionalen Grössen d und D sind

$$d = \exp(2t_{24M}^*) > 1 \quad ; \quad D = \left[\frac{1 - I_W^*}{(\rho + I_W^*)(I_{24M}^* - 1)}\right]^2 > 0, \tag{4o}$$

also bekannt. Die transzendente Gleichung (38) besitzteine einzige reelle Wurzel $\gamma > 0$, die leicht durch einige Iterationen, mit Hilfe eines einfachen unprogrammierbaren Taschenrechners, bestimmt werden kann.

Mit so berechnetem Wert für γ , werden die anderen mechanischen Parameter, wie folgt, bestimmt:

- Dämpfungszeitkonstante (Gl.(5_2))

$$\tau_D = \frac{\tau_A}{\gamma} \;; \tag{41}$$

- Gesamtmassenträgheitsmoment des Antriebsystems, auf die Motorseite bezogen ,

$$J = F\tau_D \;; \tag{42}$$

- elektromechanische Zeitkonstante des Antriebssystems (Gl.(5_3))

$$\tau_M = \rho\tau_D \;; \tag{43}$$

- Trägheitsfaktor $\quad FI = \frac{J}{J_N} = \frac{\tau_M}{\tau_{Mi}} \;.$ (44)

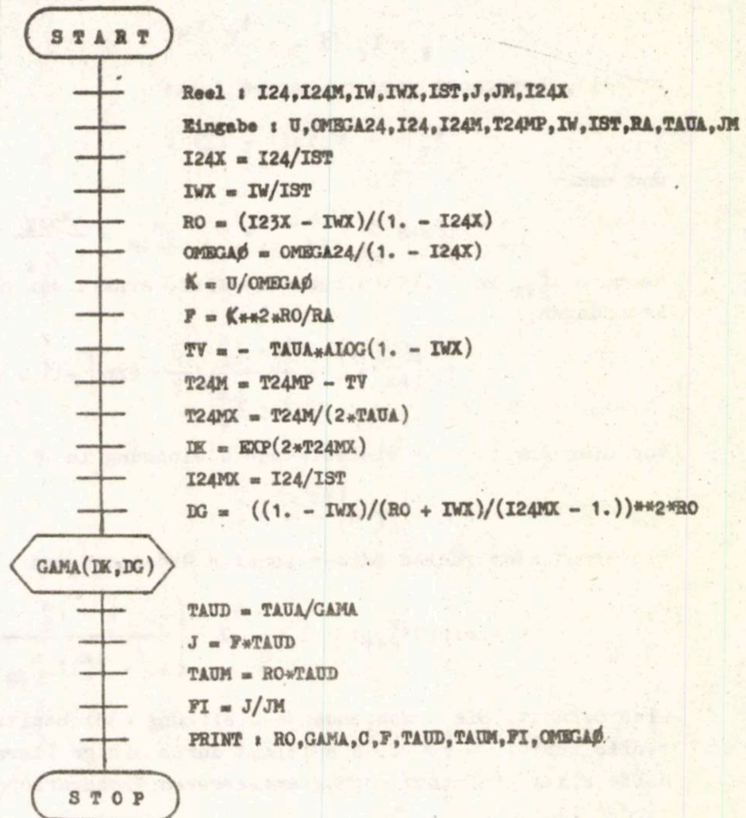


Bild 4.

Im Bild 4 ist der Programmablaufplan für die Verwertung des Last - hochlaufversuches angezeigt.

5. Bemerkungen

In der oben vorgestellten Methode hat man im Leer-und Last-hochlaufversuch angenommen, dass die Anlaufbetriebsarten aperiodisch sind. Wenn diese aber gedämpft schwingend sind, ergeben sich einige Besonderheiten, die hier veranschaulicht werden sollen. Im Leer-hochlauf bei einer gedämpftschwingenden Betriebsart ($4\delta' > 1$), wird der normierte Anlaufankerstrom (8)

$$i^*_{21} = \frac{i_{21}}{I_{st}} = \frac{2}{\Omega'_{1*}} e^{-t^*} \sin(\Omega'_{1*} t^*) \quad . \qquad (8')$$

Man bestimmt eine grössere Anzahl von Parameter, die das Kraftteilsystem charakterisieren, im Vergleich zu anderen dynamischen Methoden, die aus der Literatur bekannt sind. Man greift nicht zu graphischen Hilfsabbildungen zurück, die analytischen Berechnungen sind einfach und auch leicht programmierbar. Die einzige auftretende transzendente Gleichung kann durch einige Iterationen mit einem einfachen elektronischen Taschenrechner, gelöst werden. Die Bestimmungsbedingungen entsprechen annähernd denen aus nicht stationären Betriebsarten, wobei zahlreiche einzelne Versuche vermieden werden können. Die nötigen Eingangsgrössen werden durch zwei dynamische Versuche erhalten, einer dem Leerhochlauf des Antriebsmotors entsprechend und der andere dem Lasthochlauf dieses Motors. Obwohl die dargestellte Methode eine Pasek'sche Abstammung besitzt [2] , enthält sie eine Vielfalt origineller Beiträge und kann so als eine neue Methode betrachtet werden. Die experimentellen Versuche führten zu guten Ergebnissen. Die Anwendungen der vorgeschlagenen Methode sind zahlreich; besonders hervorzuheben sind die im Bereich der automatisierten Elektroantriebe mit Gleichstrommotor und Fremderregung oder Dauermagneten.

Verwendete Formelzeichen

F	Reibfaktor
FI	Trägheitsfaktor
i_A	momentaner Ankerkreisstrom
i_{21}, i^{*}_{24}	normierte Ankerkreisströme (Modelle 21,bzw.24)
I_{st}	Stillstandsstrom
I_{24}	Bauerbetriebswert des Ankerkreisstromes (Modell 24)
I^{*}_{24}	Idem, normiert
J_M	internes Trägheitsmoment
J	Gesamtmassenträgheitsmoment
$k = c\phi$	Maschinenflussfaktor ($c = \frac{zp}{a} \cdot \frac{1}{2\pi}$)
L_A	Ankerkreisinduktivität
M_W	konstantes statisches passives Moment
R_A	Ankerkreiswderstand
t	Zeit
$t^{*} = t/2\tau_A$	Idem, normiert
t_v	Verzugszeit
U	konstante angelegte Ankerspannung
$T = \tau_A/\tau_D$	
$\delta = \tau_A/\tau_M$	

$\rho = \tau_M / \tau_D = \tau / \delta$

τ_A elektromagnetische Ankerzeitkonstante

τ_D Dämpfungszeitkonstante

τ_M elektromechanische Zeitkonstante des Antriebssystems

ω momentane mechanische Winkelgeschwindigkeit des Antriebsmotors

$\omega^*_{21}, \omega^*_{24}$ Idem, normiert (Modell 24, bzw,21)

Ω_{24} Dauerbetriebswert der Winkelgeschwindigkeit (Modell 24)

Ω_0 Leerlaufwinkelgeschwindigkeit.

Literatur

[1] SAAL,C.,SZABO,W. Sisteme de acţionare electrică. Determinarea parametrilor de funcţionare (Elektrische Antriebssysteme. Bestimmung der Betriebsparameter). Bukarest:Editura tehnică (Verlag Technik), 1981.

[2] PASEK,Z. Novy spusob urceni zakladnich dynamickych parametru stejnomerneho motoru (Neues Bestimmungsverfahren der dinamischen Parameter des Gleichstrommotors). Elektrotechn. Obzor 51 (1962).S.109-114.

[3] SAAL,C. Die linearen mathematischen Modelle elektrischer Antriebssysteme mit Gleichstrommotor und konstantem Erregerfluss. Elektrie, Berlin 37 (1983), H.1, S.14-18.

[4] SAAL,C. Regimurile dinamice de pornire la sistemele de acţionare cu motor de curent continuu (Dynamische Anlaufsbetriebsarten der Antriebssysteme mit Gleichstrommotor). E.E.A. Electrotehnica, Bukarest 30 (1982), H.4,S. 137-147.

[5] LORD,W. Hwang,J.H.: DC Motor Model Parameters (Parameter des Gleichstrommotormodells). I.E.E.E. Trans. on Ind. Electronics and Contr. Instrumentation, IECI-23,Nr.3 (1976), S.335-357.

[6] SMIDT,A.Ia. Opreledenie dinamiceschih parametrov dvigatelei Postoiannogo toka. Elektrotehnica, Moskva, 7(1973).

[7] SAAL,C.; SZABO,W. Electromechanical Parameters Determination of the Electric Drives Systems with DC Motors and Constant Field Flux (Bestimmung der elektromechanischen Parameter der elektrischen Antriebssysteme mit Gleichstrommotor und konstantem Erregerfluse). The Third National Conference on Electrical Drives, Braşov, Rumänien, 28-3o May 1982. Band 1, Universität Braşov. S.A - 65...A - 74.

[8] SAAL,C.,SZABO,W.,MARGINEANU,I. Electromechanical Parameters and Their Global Determination in Electrical Drive Systems with D.C.Motor. Rev.Roum. Sc. Techn.-Electrotechnic et.Energ. Bukarest, 28 (1983). H.2, S.163-175.

SAAL,C., SZABO,W.

CONTRIBUTII LA DETERMINAREA EXPERIMENTALA A PARAMETRILOR ELECTROMECANICI AI SISTEMELOR DE ACTIONARE CU MOTOR DE CURENT CONTINUU

Rezumat

Se prezintă o nouă metodă experimentală pentru identificarea parametrilor electromecanici, care caracterizează subsistemul de putere al sistemelor de acționare cu motor de c.c.. Se utilizează o încercare în gol și una în sarcină, la pornirea motorului, ambele cu tensiune constantă aplicată la bornele circuitului rotoric. Calculele sînt bazate pe utilizarea a două modele matematice, liniare și de ordinul doi.

CONTRIBUTIONS TO THE EXPERIMENTAL DETERMINATION OF THE ELECTROMECHANICAL DRIVE SYSTEMS PARAMETERS WITH D.C. MOTORS

Abstract

For the electromechanical parameters identification, parameters which are characterising the power subsystem of the electric drive systems with d.c. motor and constant field flux, a new experimental method is recommended. One utilizes a no-load and a load test of the motor starting, both with a constant voltage to the rotor circuit terminals. The calculus relations are based upon the utilization of two second order linear mathematical models.

MESSVERFAHREN UND MESSGLIED FÜR ELEKTRONISCHE DISTANZSCHUTZEINRICHTUNGEN

Conf. Dr. Ing. I. Mărgineanu;
Dipl - Ing. R. Ungar,
Universität Braşov.

1. Einleitung .

Die Distanzschutzrelais' sind die häufigst verwendeten Schutzeinrichtungen der Hochspannungsleitungen weil damit zufällige Kurzschlüsse in vermaschten Netzen meist selektiv ausgeschaltet werden können.

Das stetige Zusammenschliessen der einzelnen Elektrizitätsversorgungsunternehmen und der wachsende Anspruch der Verbraucher an hohe Zuverlässigkeit der Stromversorgung, fordert immer strengere Arbeitsbedingungen für den Distanzschutz.

Das Messglied einer Distanzschutzeinrichtung muss entscheiden ob ein zufälliger Kurzschluss innerhalb einer gewissen Schutzstrecke liegt. Die Länge der Schutzstrecke wird mit l bezeichnet, wobei l vom Relaiseinbauort in Leitungsrichtung gemessen wird.

Die oben erwähnte Entscheidung wird meist durch das Messen der Leitungsparameter (die proportional mit l sind) und deren Vergleich mit vorherbestimmten zulässingen Maximalwerten genommen.

Das Funktionsprinzip eines Messgliedes hängt in erster Reihe von den elektrischen Vorgängen, die in der Messmasche berücksichtigt werden, ab. Diesem Kriterium nach, unterscheidet man Messglieder die für die Fehlererkennung, die sinusförmigen Strom-und Spannungskomponenten verfolgen, und Messglieder die transiente Vorgänge im Strom-und Spannungsverlauf benützen um den Kurzschluss zu erkennen.

In der vorliegenden Arbeit wird ein originelles Messglied beschrieben das für die Kurzschlusserkennung sinusförmige Ströme und Spannungen annimmt. Diese Voraussetzung verringert die Wirksamkeit und Präzision des Distanzschutzes nicht, weil diese Komponenten durch eine geeignete Filterung des gesamten Strom-und Spannungsverlaufs erzielt werden können.
Wenn bei sinusförmiger Spannung die Messmasche von einem sinus-

förmigen Strom durchflossen wird, so muss das Messglied bestimmen ob der Impedanzzeiger $\underline{Z}_F$ innerhalb des in Bild 1 dargestellten Paralellogramms OABC liegt. Dieses Paralellogramm ist noch unter der Bezeichnung von Fehlerviereck oder Auslösediagramm bekannt, wobei $\underline{Z}_{FO}$ als maximale Fehlerimpedanz und R_{LO} als Lichtbogenreserve der Leitung gilt. Mit φ wurde der Leitungswinkel im Mitsystem bezeichnet. Bei verschiedenen praktischen Ausführungen des Messgliedes ist versucht worden das Auslösediagramm durch gewisse geschlossene Kurven (Kreise, Ellypsen o.a.) anzunähern. Nur wenige von den bekannten Messgliedern besitzen ein Auslösediagramm das mit den in Bild 1 dargestellten Fehlerviereck identisch ist und das als ideal angenommen wird.

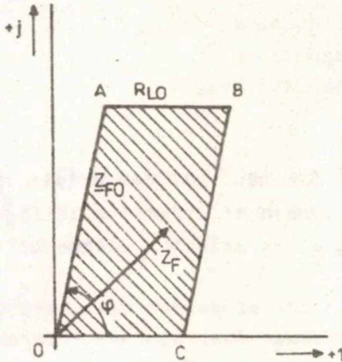


Bild 1.

2. Vorschlag für ein elektronisches Messglied dessen Auslösediagramm dem idealen Fehlerviereck übereinstimmt

Das Messprinzip soll mit Hilfe des in Bild 2 dargestellten Fehlervierecks erläutert werden, wobei der Stromzeiger $\underline{I}$ als Phasenursprung angenommen wird. Es ist zu ersehen dass die geometrische Bedingung: "Fehlerimpedanzzeiger $\underline{Z}_F$ innerhalb des Fehlervierecks OABC" mit Hilfe der Ungleichungen (1) beschrieben werden kann.

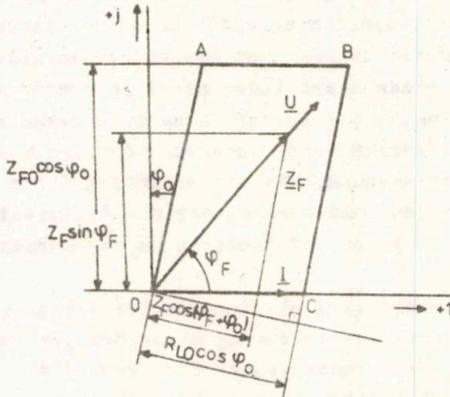


Bild 2.

$$Z_F \sin \varphi_F \leqslant Z_{FO} \cos\varphi_O, \quad (1)$$

$$Z_F \cos(\varphi_F + \varphi_O) \leqslant R_{LO} \cos \varphi_O.$$

Der Impedanzwinkel φ_F ist gleich der Phasendifferenz zwischen Spannung und Strom. Die Ungleichungen (1) können durch die am Leitungsende direkt messbaren Grössen U und I ausgedrückt werden. Zu diesem Zweck multipliziert man beide Ungleichungen mit $\sqrt{2}$ I.

Wenn zusätzlich auch die Bedingung: $\underline{Z}_F\,\underline{I} = \underline{U}$ berücksichtigt wird erhält man die Ungln. (2) die den Ungln. (1) äquivalent sind.

$$\begin{aligned} \sqrt{2}\,U \sin\varphi_F &\leqslant \sqrt{2}\,Z_{F0}\,I\cos\varphi_0, \\ \sqrt{2}\,U \cos(\varphi_F + \varphi_0) &\leqslant \sqrt{2}\,R_{L0}I\,\cos\varphi_0 . \end{aligned} \qquad (2)$$

Die Grössen Z_{F0}, R_{L0} und φ_o bestimmen ein gewisses Fehlerviereck und müssen regelbar sein damit das Messglied an verschiedene Leitungen angepasst werden kann. Werden die Ungln. (2) durch die Sekundärgrössen des Strom-und Spannungswandlers der Leitung ausgedrückt, erhält man:

$$\begin{aligned} \sqrt{2}\,U_s \sin\varphi_F &\leqslant \sqrt{2}\,I_s\,\frac{k_i}{k_u}\,Z_{F0}\cos\varphi_0, \\ \sqrt{2}\,U_s \cos(\varphi_F + \varphi_0) &\leqslant \sqrt{2}I_s\,\frac{k_i}{k_u}\,R_{L0}\cos\varphi_0, \end{aligned} \qquad (3)$$

wo k_i und k_u das Strom-bzw. Spannungswandlerverhältniss bezeichnen. Es kann festgestellt werder dass die Grössen:

$$\begin{aligned} Z'_{F0} &= \frac{k_i}{k_u}\,Z_{F0}, \\ R'_{L0} &= \frac{k_i}{k_u}\,R_{L0} \end{aligned} \qquad (4)$$

ein Sekundärfehlerviereck bestimmen, das dem Primärfehlerviereck aus Bild 2 ähnlich ist.

Die Sekundärgrössen U_s und I_s sind zu gross um von einem elektronischen Messglied übernommen werden zu können. Deshalb müssen sie um ein gewisses Verhältniss reduziert werden. Und zwar:

$$\begin{aligned} U_i &= \frac{I_s}{a}\,R, \\ U_u &= \frac{U_s}{b} . \end{aligned} \qquad (5)$$

Der Widerstand R ist ein Shunt zur Gewinnung einer stromproportionalen Spannung, während b und a Teilungsfaktoren der Sekundär - bzw. der stromproportionalen Spannung sind.

Mit der Berücksichtigung der Gln. (4) und (5) können die

Ungln. (3) wie folgt ausgedrückt werden.

$$\sqrt{2}\,U_u \sin\varphi \leq \frac{a\,Z'_{F0} \cos \varphi_0}{b \cdot R} \sqrt{2}\,U_i ,$$

$$\sqrt{2}\,U_u \cos(\varphi + \varphi_0) \leq \frac{a\,R'_{L0} \cos\varphi_0}{b\,R} \sqrt{2}\,U_i . \qquad (6)$$

Die linken Teile der Ungln. (6) können als Momentanwerte der Spannungen:

$$u_u = \sqrt{2}\,U_u \sin(\omega t + \varphi) ,$$

$$u_1 = \sqrt{2}\,U_u \sin(\omega t + \varphi + \frac{\pi}{2} + \varphi_0) , \qquad (7)$$

entsprechend dem Nulldurchgangmoment des Stromes von negativen zu positiven Werten betrachtet werden.

Dabei kann die Spannung u_1 aus der Spannung u_u durch eine Phasenverschiebung von $\pi/2 + \varphi_o$ erhalten werden. Der Scheitelwert $\sqrt{2}\,U_i$ der stromproportionalen Spannung u_i kann im Stromnulldurchgangmoment zur Verfügung stehen wenn durch einen Phasenschieber die Spannung:

$$u_2 = \sqrt{2}\,U_i \sin(\omega t + \frac{\pi}{2}) \qquad (8)$$

erzeugt wird.

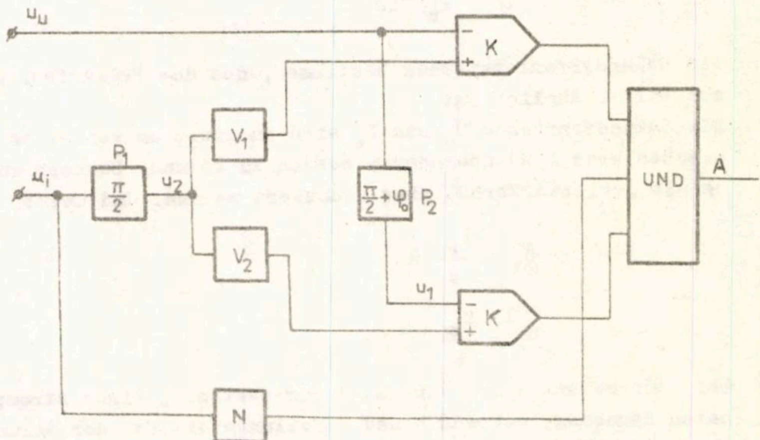


Bild 3.

Das Messglied muss also zur Fehlererkennung die Ungleichungen (6) im Stromnulldurchgangmoment prüfen. Dieses lässt sich mit dem Schaltschema aus Bild 3 realisieren.

Es bedeuten:

P_1 - Phasenschieber der die Spannung u_2 erzeugt;

P_2 - regelbarer Phasenschieber der die Spannung u_1 erzeugt;

N - Nulldetektor der bei jedem Nulldurchgang des Stromes von negativen zu positiven Werten einen Nadelimpuls erzeugt ($T = 1\ \mu s$);

V_1 - regelbarer Verstärker dessen Verstärkung gleich mit $a\ Z'_{FO} \cos \varphi_0 / bR$ ist;

V_2 - regelbarer Verstärker dessen Verstärkung gleich mit $a\ R'_{LO} \cos \varphi_0 / bR$ ist;

K - Komparator;

A - Ausgangssignal.

Es ist zu bemerken dass das Schaltschema aus Bild 3 nur dann richtig funktioniert wenn der Impedanzzeiger $\underline{Z}_F$ im ersten Quadranten der Komplexebene liegt. Um falsche Ausschaltungen zu vermeiden muss das Ausgangssignal A mit der zusätzlichen Bedingung dass die beiden Eingangsspannungen in die Komparatoren u_u und u_1 im Stromnulldurchgangsmoment (Nadelimpulsauftritt) positiv sind konjunktiert werden. Die beiden Signale: "u_u pozitiv" und "u_1 positiv" können leicht durch zwei Operationsverstärker erhalten werden. Diese Schaltung wurde in Bild 3 nicht mehr figuriert.

Durch ähnliche Überlegungen kann mann ein Messglied zusammenstellen das Kurzschlüsse in Rückwärtsrichtung (Fehlerimpedanzzeiger im vierten Quadranten) erkennt.

3. Literatur

[1] IEE Committee Report Reviev of recent practices and trends in protective relayng IEEE Transaction on PAS vol 100 (1981) nr.8.

[2] Gilbert, J., Shovlin, R.S. High speed transmission line fault impedance calculation using dedicated minicomputer IEEE Transaction an PAS vol.94 (1975) nr.3.

MARGINEANU,I., UNGAR,R.

PROCEDEU SI ELEMENT DE MASURA ELECTRONIC PENTRU PROTECTIA DE DISTANTA

Rezumat

Elementul de măsură propus în lucrare este caracterizat prin aceea că se bazează pe compararea, în momentul trecerii curentului liniei prin zero din valori negative în valori pozitive, a unor tensiuni alternative obţinute prin prelucrarea semnalelor de tensiune şi curent de la linia protejată şi permite realizarea unei caracteristici de acţionare identică cu patrulaterul de defecte în zonă.

MESSVERFAHREN UND MESSGLIED FUR ELEKTRONISCHE DISTANZSCHUTZEINRICHTUNGEN

Zusammenfassung

Das in der Arbeit beschriebene Messglied ist dadurch gekennzeichnet dass im Stromnulldurchgangsmoment gewisse Spannungen verglichen werden um einen eventuellen Kurzschluss innerhalb der Schutzstrecke zu erkennen. Diese Spannungen erhält man aus den gemessenen Leitungsgrössen (Spannung und Strom) durch eine geeignete Phasenverschiebung bzw. Verstärkung.

ELEKTRONISCHE EINRICHTUNG UM DAS AUSSCHALTEN DER HOCHSPANNUNGSLEITUNGEN DURCH DEN DISTANZSCHUTZ BEI PENDELVORGÄNGEN ZU VERHINDERN

Conf.Dr.Ing. I.Mărgineanu;
Dipl.-Ing. R.Ungar,
Universität Braşov.

1. Einführung

Das Ausschalten der Hochspannungsleitungen durch den Distanzschutz muss bei Pendelvorgängen im Verbundnetz verhindert werden, obwohl bei solchen Vorgängen der Impedanzzeiger den Auslösebereich des Distanzschutzes durchqueren kann. Diese Massnahme ist sinnvoll weil das Pendeln der Generatoren meist Störungen von kurzer Dauer im Netz verursacht, also der Energietransport muss nicht unterbrochen werden.

Um ein Kriterium festzulegen, nach dem man Kurzschlüsse von Pendelvorgängen unterscheiden kann, wird eine kurze Analyse dieser Vorgänge durchgeführt.

Im Bild 1.a sind zwei Systemteile S_A und S_B dargestellt, die durch eine Leitung deren eigene Impedanz Z_{AB} ist, verbunden sind. Die beiden Systemteile sind durch ihre äquivalenten Thévenin - Generatoren G_A und G_B und ihre äquivalenten inneren Impedanzen $\underline{Z}_{GA}$ und $\underline{Z}_{GB}$ ersetzt worden. Wird der Stromzeiger $\underline{I}$ als Phasenursprung angenommen, so lässt sich das Spannungszeigerdiagramm aus Bild 1.b darstellen.

Es bedeuten:

$\underline{E}_A$ - elektromotorische Spannung des Generators G_A
$\underline{E}_B$ - elektromotorische Spannung des Generators G_B
$\underline{U}_A$ - Spannung im Punkt A
$\underline{U}_B$ - Spannung im Punkt B
δ_{AB} - Phasenwinkeldifferenz zwischen $\underline{E}_A$ und $\underline{E}_B$.

Wird der Betrag jedes Spannungszeigers aus Bild 1.b durch I geteilt, so geht man zum Impedanzzeigerdiagramm aus Bild 1.c über. Es ist festzustellen, dass die Punkte O,A,B,C in der Impedanzebene fix sind, weil sie von den inneren Impedanzen zweier gewisser Teil-

systeme und von einer gewissen Leitungsimpedanz bestimmt sind.

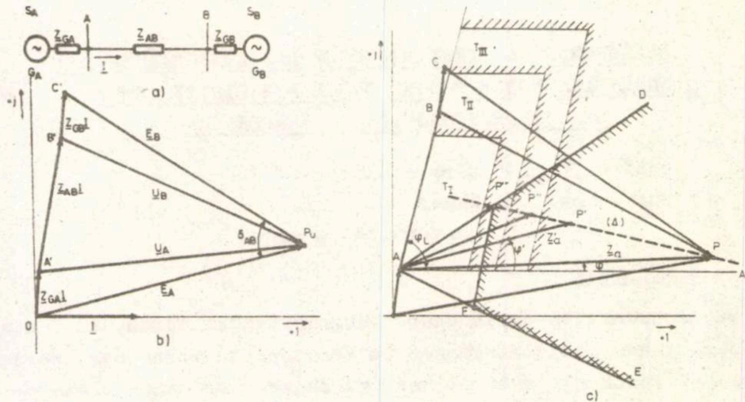


Bild 1.

Als Voraussetzung wird noch angenommen, dass, während eines Pendelvorgangs, die Beträge der elektromotorischen Spannungen $\underline{E}_A$ und $\underline{E}_B$ sich nicht verändern. Also, das Verhältniss der Strecken PC und PO aus der Impedanzebene bleibt konstant.

Tritt ein Pendelvorgang auf, so verändert sich der Winkel δ_{AB} und der Punkt P bewegt sich entlang der Gerade (Δ), also, sowohl der Betrag, als auch der Phasenwinkel, der in Leitungsrichtung gemessenen Impedanz, verändert sich wesentlich.

Im Bild 1.c wurden mit T_I, T_{II} und T_{III} die Auslösebereiche der drei Staffelzonen in Vorwärtsrichtung eines Distanzschutzrelais' das im Punkt A eingebaut ist bezeichnet. Man kann feststellen, dass bei grossen Schwankungen des Winkels δ_{AB}, die vom Relais gemessene Imedanz in den Auslösebereich T_{III} (Punkt P") oder sogar T_{II} (Punkt P"') eindringen kann. Weil aber diese Impedanzen nicht einem Kurzschluss entsprechen, soll das Relais die Leitung nicht ausschalten. Also, die gesamte Distanzschutzeinrichtung muss eine Einheit besitzen, die Pendelvorgänge erkennen kann, um das Auslösesignal in den beiden oben erwähnten Fällen zu unterdrücken.

Während verschiedenen Messungen im Verbundnetz der S.R.R., wo Pendelvorgänge grosse Zonen beeinflussten, ist festgestellt worden, dass die Impedanzzeiger innerhalb des Bereichs EAD (Bild 1.c) liegen,

wobei die Phasenwinkel den Wert von $\pm 30^o$ nicht überschreiten. [1,2] . Bei Kurzschlüssen ist der Impedanzwinkel viel grösser (75^o-85^o), also kann man durch das Messen dieses Winkels, einen Pendelvorgang von einem Kurzschluss unterscheiden. Weiter wird eine elektronische Einrichtung beschrieben, die für eine solche Funktion geeignet ist.

2. Elektronische Einheit für die Blockierung des Distanzschutzes bei Pendelvorgängen

Die Bedingung, dass der Impedanzwinkel φ kleiner als ein vorherbestimmter Wert α ist, kann durch die Ungleichung (1) beschrieben werden.

$$\sin\varphi \leq \sin\alpha \; ; \; \alpha, \varphi \in [0, \frac{\pi}{2}] . \qquad (1)$$

Der Strom und Spannungsverlauf in der von Distanzschutz überwachten Leitung wird mit folgenden Gleichungen ausgedrückt:

$$i = \sqrt{2}\, I \sin \omega t ,$$
$$u = \sqrt{2}\, U \sin (\omega t + \varphi) . \qquad (2)$$

In die elektronische Einheit wird eine stromproportionale Spannung:

$$u_i = \sqrt{2}\, U_i \sin \omega t \qquad (3)$$

und eine mit der Leitungsspannung proportionalen Spannung:

$$u_u = \sqrt{2}\, U_u \sin(\omega t + \varphi) \qquad (4)$$

eingeführt. Multipliziert man die Ungleichung (1) mit $\sqrt{2}\, U_u$, so erhält man:

$$\sqrt{2}\, U_u \sin\varphi \leq \sin\alpha \sqrt{2}\, U_u . \qquad (5)$$

Um festzustellen ob der Impedanzwinkel φ grösser oder kleiner als der Winkel α ist, muss die Ungleichung (5) geprüft werden. Zu diesem Zweck könnem die beiden. Seiten der Ungleichung (5) als Momentanwerte der Spannung u_u bertrachtet werden. Und zwar: $\sqrt{2}\, U_u \sin\varphi$ ist der Momentanwert der Spannung u_u entsprechend dem Stromnulldurchgangsmoment ($\omega t=0$) und $\sqrt{2}\, U_u$ ist der Scheitelwert der Spannung u_u. Diese Momentanwerte entsprechen verschiedenen Zeitpunkten, also wenn die Ungleichung (5) im Stromnulldurchgangsmoment geprüft werden soll, muss der Scheitelwert $\sqrt{2}\, U_u$ vorher analog gespeichert werden. Der Speicherungsmoment entspricht dem Nulldurchgangsmoment der Spannung:

$$u_p = \sqrt{2}\,U_u \sin(\omega t + \varphi + \frac{\pi}{2}) . \qquad (6)$$

Diese Spannung kann aus der Spannung u_u, durch eine Phasenverschiebung von 90^o, erhalten werden.

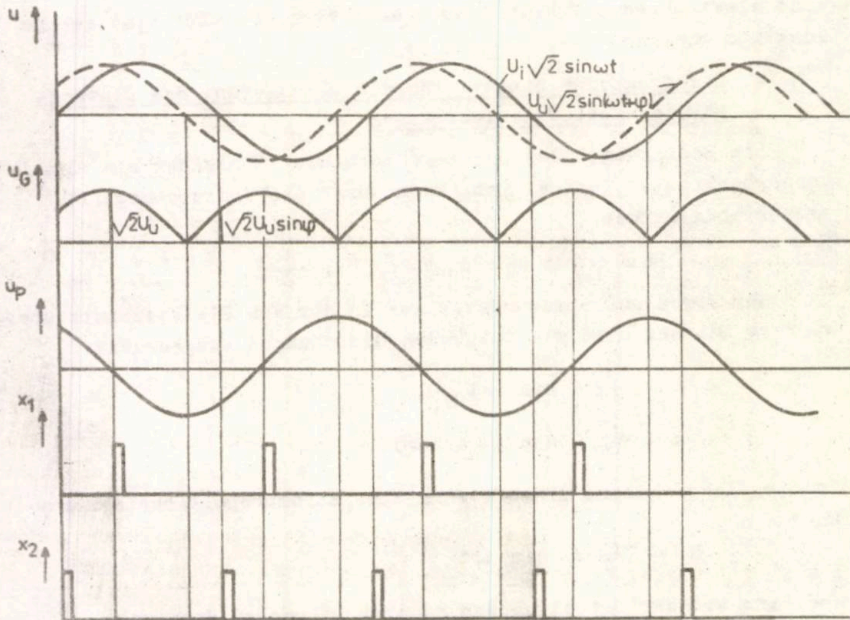


Bild 2

Bild 2 zeigt den zeitlichen Verlauf der Spannungen die zum prüfen der Ungleichung (5) nötig sind. Die Spannung u_G erhält man durch Gleichrichtung der Spannung u_u, während die Nadelimpulse x_1 und x_2 den Speicherungsmoment bzw. den Prüfmoment der Ungl. (5) bestimmen.

Das gesamte Blockschaltschema, zum Prüfen der Ungl. (5), also um zu entscheiden ob der Impedanzwinkel φ einem Kurzschluss oder einem Pendelvorgang entspricht, ist im Bild 3. dargetellt.

Es bedeuten:

G - Gleichrichter;

P - Phasenschieber;

N_1 - Nulldetektor, der, im Nulldurchgangsmoment der Spannung u_p, einen Nadelimpuls x_1 erzeugt;

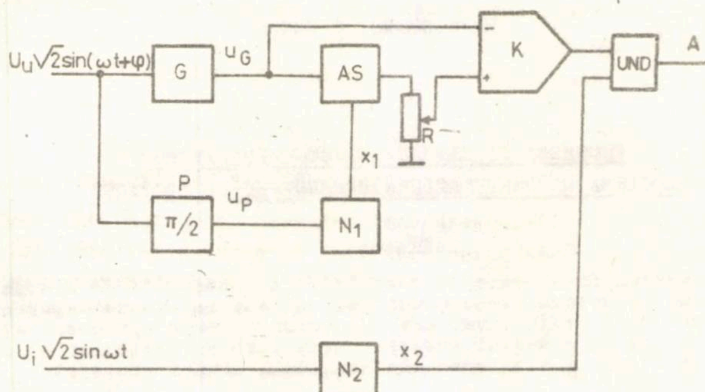


Bild 3

N_2 - Nulldetektor, der, im Nulldurchgangsmoment der Spannung u_i, einen Nadelimpuls x_3 erzeugt;

AS - Analoge Speichereinheit;

K - Komparator;

R - Potentiometer mit dessen Hilfe der zulässige Wert für den Winkel α geregelt wird;

A - Ausgangssignal.

3. Literatur

[1] DIMO,P.ş.a. Calculul şi proiectarea sistemelor electroenergetice. Ed. Tehnică, Bucuresti, 1971.

[2] MORAITE,G. The selection of the "dangeerous" dynamic states by means of the "Dimo" nodal analysis. Revue romaine de sciences techniques. Serie électrotechnique et énergetique, tII, 1966.

I.MARGINEANU, R.UNGAR

PROCEDEU SI ELEMENT ELECTRONIC PENTRU BLOCAREA LA PENDULATII A PROTECTIEI DE DISTANTA

Rezumat

Elementul de blocare la pendulaţii a protecţiei de distanţă se bazează pe determinarea condiţiei ca faza impedanţei aparente să fie mai mică decît o valoare prescrisă şi este caracterizat prin aceea că în momentul trecerii prin zero a curentului se compară două valori instantanee ale tensiunii liniei protejate.

ELEKTRONISCHE EINRICHTUNG UM DAS AUSSCHALTEN DER HOCHSPANNUNGSLEITUNGEN DURCH DEN DISTANZSCHUTZ BEI PENDELVORGÄNGEN ZU VERHINDERN

Zusammenfassung

Die elektronische Einrichtung, um das Ausschalten der Hochspannungsleitungen bei Pendelvorgängen zu verhindern, vergleicht den Impedanzwinkel φ mit einem zulässigen Wert α und ist dadurch gekennzeichnet, dass dieses durch den Vergleich gewisser Momentanwerte zwei verschiedener Spannungen geschieht.

